Instituto
Balseiro

Prueba de Admisión

2022

20 de marzo de [redacted]

Problemas de la tarde

14:30 – 17:00

Instituto Balseiro Prueba de Admisión

Instituto Balseiro - 2020

Instrucciones

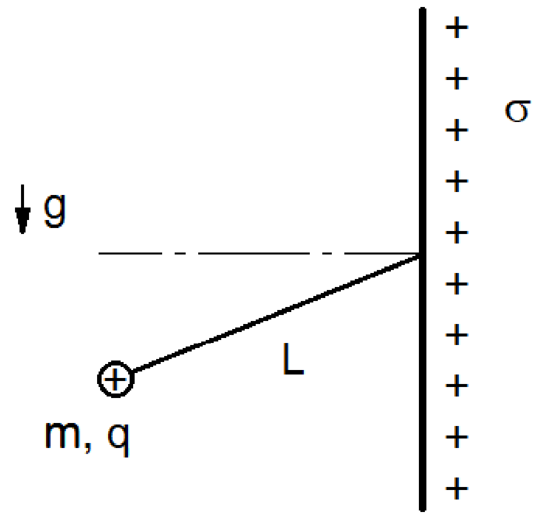
Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, los enunciados de 6 problemas.

- Revise las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en las hojas de respuestas y firme al pie.
- Responda cada uno de los problemas comenzando en su correspondiente hoja. Si fuera necesario más espacio continúe en hojas adicionales. Responda en forma clara y concisa.
- Tiene Usted a su disposición 2 horas y media para terminar esta parte del examen. Esto representa en promedio unos 25 minutos para cada problema. Trate de no demorarse demasiado en problemas que le resulten difíciles.
- Antes de entregar, ordene y numere todas las hojas del examen, indicando en la primera página el total de hojas que entregará.
- Al final de este cuadernillo encontrará una recopilación de todos los problemas, que puede retirar y llevarse cuando termine.

¡ÉXITO!

Instituto Balseiro: Teléfono: (0294) 444-5162 - FAX: (0294)-444-5149
San Carlos de Bariloche - Río Negro

Problema 9



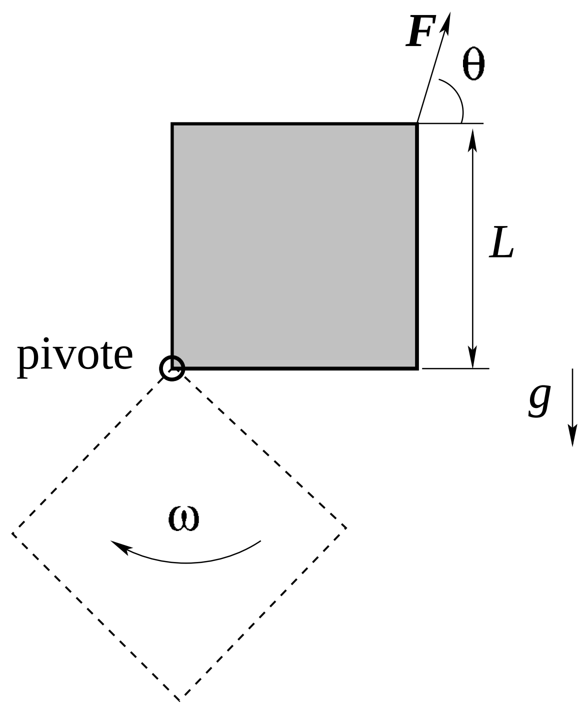
Se tiene un plano infinito, con una densidad de carga uniforme σ en presencia de un campo gravitatorio como indica la figura. En un punto del plano se fija un hilo de longitud L. En el otro extremo del hilo se sujeta una partícula de masa m y carga q. Los signos de σ y q son iguales.

1. En equilibrio estático, ¿qué ángulo forma el hilo con la normal al plano?
2. Se aparta la masa del punto de equilibrio un pequeño ángulo en dirección tangencial al hilo en el plano del papel, y se la suelta. ¿Con qué período oscila la masa?
3. ¿Cambia el período si el apartamiento es en la dirección tangencial al hilo pero perpendicular al plano del papel? Justificar.

Datos:

Constante dieléctrica en el vacío, $\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}$ C^2/(N m^2)
$\sigma = 10\ \mu$C/m^2
$L = 20$ cm
$m = 50$ g
$q = 10\ \mu$C
$g = 9,8$ m/s^2

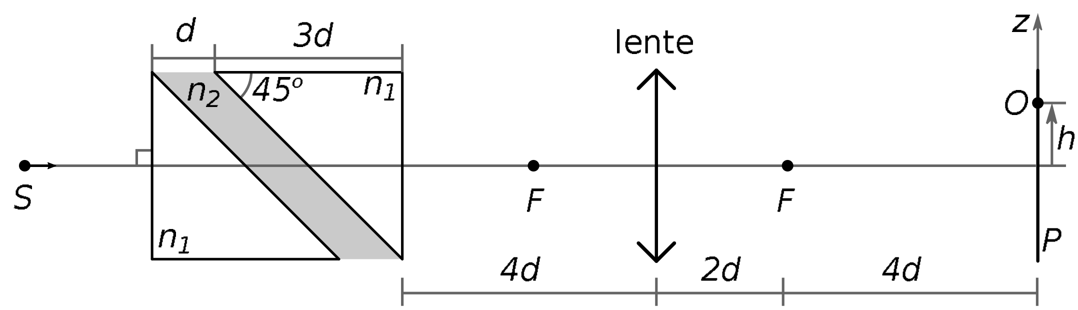
Problema 10



Una placa bidimensional de sección cuadrada de lado L, masa m y densidad uniforme, tiene un vértice vinculado a un pivote alrededor del cual puede girar sin rozamiento. Se aplica una fuerza $\mathbf{F}$ en el vértice opuesto al pivote, de forma tal que la placa se encuentre en equilibrio en la posición indicada en la figura con línea continua.

1. ¿Cuál debe ser el módulo de la fuerza aplicada como función del ángulo θ para que esto suceda?
2. Si se desea que la fuerza de reacción en el pivote tenga el menor módulo posible, ¿qué valor de θ debe elegirse?
3. Si repentinamente se quita la fuerza aplicada, la placa comienza a oscilar alrededor del pivote. ¿Cuál es su velocidad angular cuando se encuentra en el punto inferior de la trayectoria, como se indica en la figura con línea de trazos? El momento de inercia de la placa cuadrada respecto del pivote es $I = \frac{2}{3}mL^2$.

Problema 11



Un refractómetro es un instrumento óptico que se puede utilizar para determinar el índice de refracción de un líquido. En la figura se esquematiza un modelo simplificado del instrumento. Un haz de luz es emitido horizontalmente desde el punto S. El haz atraviesa dos prismas paralelos de índice de refracción conocido n_1 separados por un fluido de índice de refracción desconocido n_2. Luego una lente convergente de distancia focal $F = 2d$ hace que el haz incida sobre la pantalla P en algún punto O de coordenada h respecto del eje óptico.

Utilizando las dimensiones mostradas en la figura y sabiendo que $n_1 = 1,5$ calcular el índice de refracción n_2 del líquido para los casos en que se observa que:

1. $h = d$.
2. $h = -d/2$.

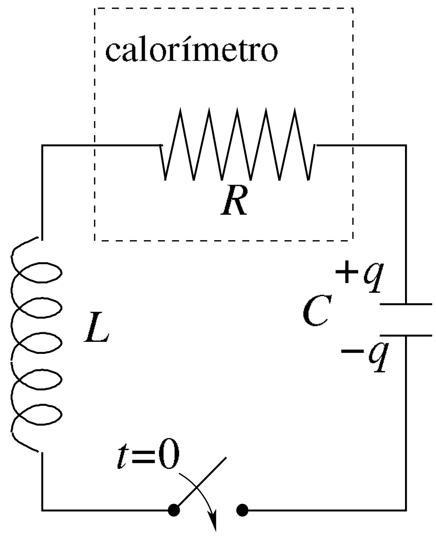
Problema 12

Sea $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ una función continua con derivadas primeras continuas (de clase C^1).

1. Sabiendo que en la superficie de la esfera de radio 1 el valor de f es constante, hallar los posibles valores de
$$\frac{\nabla f\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{\left\|\nabla f\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\|}$$
suponiendo que el denominador es distinto de cero.

2. Si para todo (x, y, z) en la superficie de la esfera de radio 1 se cumple que $f(x, y, z) = x + y$, calcular los posibles valores de $\nabla f(1, 0, 0)$.

Problema 13

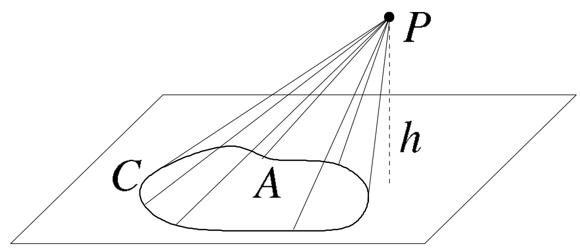


En el circuito RLC serie de la figura, $R = 1\ \Omega$, $L = 0,1$ Hy y $C = 1$ mF. La resistencia se encuentra en el interior de un calorímetro cuya capacidad calorífica es 2 J/K. A $t < 0$ el interruptor se encuentra abierto, el calorímetro está a una temperatura $T_0 = 20\ ^o$C y el capacitor tiene una carga $q = 0,1$ C. En $t = 0$ se cierra el interruptor.

1. ¿Cuál es el valor de la energía eléctrica almacenada en el circuito mientras el interruptor está abierto?
2. Hacer un esquema cualitativo de la evolución temporal de la corriente en el circuito a partir de $t = 0$. ¿Cuánta energía almacena el circuito para $t \to \infty$?
3. Calcular la temperatura final del calorímetro.

NOTA: Tener en cuenta que NO ES NECESARIO resolver la ecuación diferencial del modelo para responder a las preguntas planteadas.

Problema 14



La figura muestra una curva cerrada C que encierra una superficie de área A sobre un plano. Dado un punto P fuera del plano, se define el volumen V delimitado por el área del plano encerrada por C y todos los segmentos que unen puntos de C con P. Si la distancia del punto P al plano es h, mostrar que el valor del volumen es $V = Ah/3$.