Instituto
Balseiro

Prueba de Admisión

26 de mayo de 2017
Problemas de la mañana
9:00 – 12:00

Instituto Balseiro Prueba de Admisión

Instituto Balseiro - 2017
Instrucciones

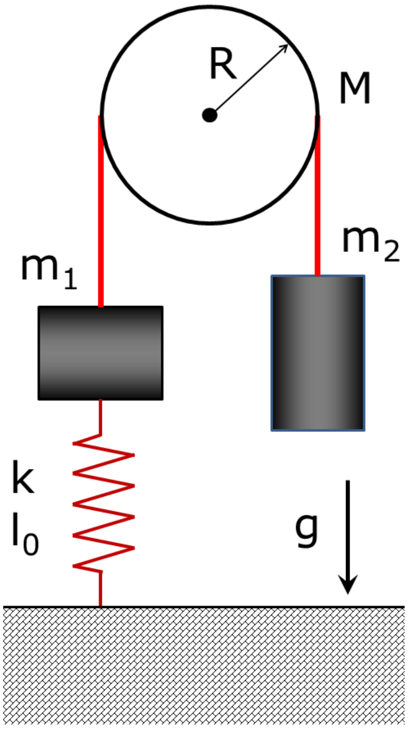
Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, los enunciados de 7 problemas.

- Revise las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en las hojas de respuestas y firme al pie.
- Responda cada uno de los problemas comenzando en su correspondiente hoja. Si fuera necesario más espacio continúe en hojas adicionales. Responda en forma clara y concisa.
- Tiene Usted a su disposición **3** horas para terminar esta parte del examen. Esto representa en promedio unos 25 minutos para cada problema. Trate de no demorarse demasiado en problemas que le resulten difíciles.
- Antes de entregar, ordene y numere todas las hojas del examen, indicando en la primera página el total de hojas que entregará.
- Al final del cuadernillo de problemas de la tarde, encontrará una hoja con todos los enunciados de la prueba, que puede retirar y llevarse cuando termine.

¡ÉXITO!

Instituto Balseiro: Teléfono: (0294) 444-5162 - FAX: (0294) 444-5149
San Carlos de Bariloche - Río Negro

Problema 1



El montaje que se observa en la figura consta de una polea de masa M y radio R, una masa m_1 a la izquierda, una masa m_2 a la derecha, y un resorte de rigidez k y longitud en reposo l_0. La cuerda sin masa que une m_1 y m_2 no desliza en la polea ni cambia de longitud.

a) Determinar el alargamiento del resorte cuando el sistema está en equilibrio.

   A continuación se desplaza ligeramente la masa m_2 en dirección vertical desde su posición de equilibrio y se la suelta sin velocidad inicial.

b) Determinar la ecuación que describe el movimiento de la masa m_2.

c) Determinar la frecuencia de las oscilaciones.

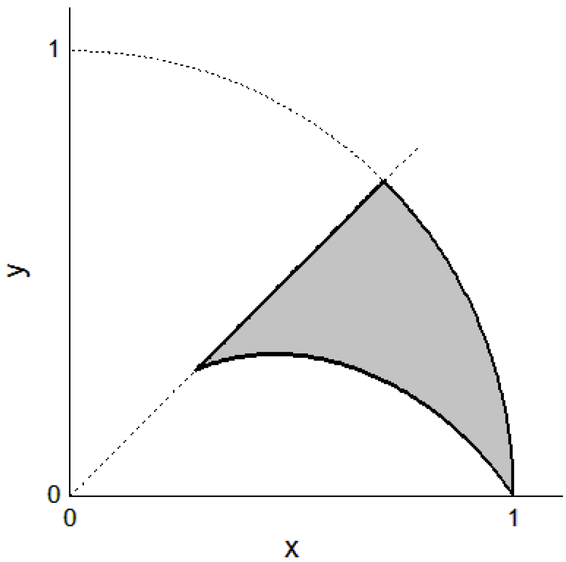
Problema 2

Un cuerpo de vidrio en forma de semiesfera maciza tiene un diámetro de 2 cm y está apoyado sobre una mesa. El índice de refracción del vidrio es de 1,69. Un haz de rayos de luz paralelos, que tiene una sección circular de 1 cm de diámetro, se propaga verticalmente hacia abajo según el eje de simetría de la semiesfera. Calcular el diámetro del círculo luminoso formado sobre la mesa cuando el cuerpo está apoyado sobre:

a) la parte plana.

b) la parte esférica.

Problema 3



Calcule la integral:

$$\iint_D \frac{1}{1+x^2+y^2}\,dx\,dy,$$

siendo D la región del plano descripta en coordenadas polares por los pares:

$$\left\{(r,\theta)\ :\ \sqrt{2^{1-\theta}-1} \le r \le 1,\ 0 \le \theta \le \pi/4\right\}.$$

Problema 4

Un condensador ideal de placas paralelas (de área A) tiene la placa de la izquierda fija, y la de la derecha (de masa M) que puede moverse libremente en la dirección horizontal. Todo el sistema se encuentra en el vacío. Inicialmente la placa de la derecha está fija a una distancia D de la izquierda, y el condensador tiene una carga Q, de modo que su potencial es $V = Q\,D/(\epsilon_0\,A)$.

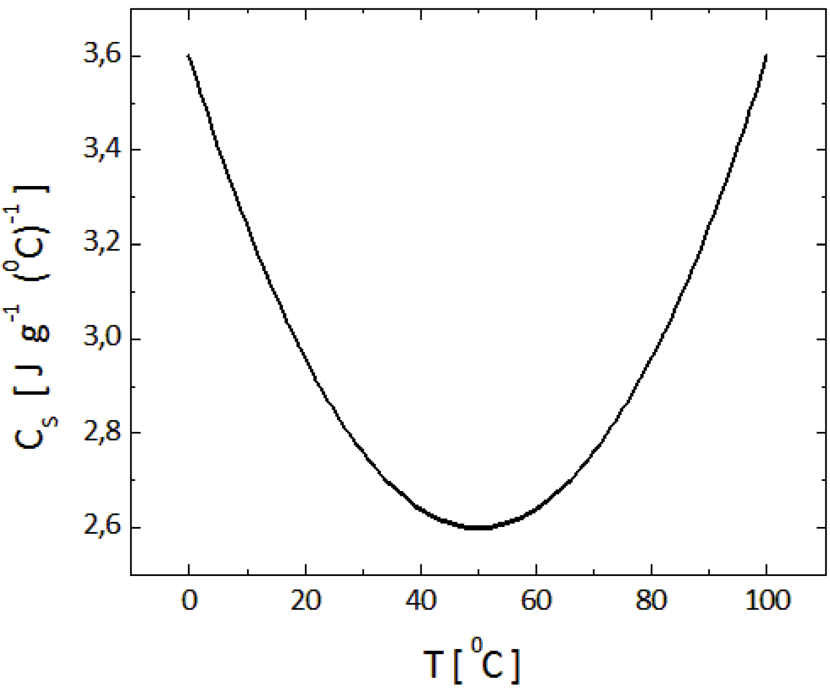
a) Calcular la fuerza sobre la placa móvil. (Sugerencia: recordar que la energía almacenada es $E = \frac{Q^2}{2C}$, con C la capacidad).

   A continuación se deja que la placa de la derecha se mueva libremente.

b) Si el condensador se encuentra aislado (de forma que su carga se mantiene constante), calcular el tiempo que tarda la placa móvil en chocar contra la otra.

c) Si en cambio, el condensador está conectado a un circuito que mantiene el potencial V fijo durante el proceso, escribir la ecuación diferencial resultante para el movimiento de la placa. Sin resolver la ecuación diferencial, decir si el tiempo hasta el choque con la otra placa será mayor o menor que en el caso a).

Problema 5



Se mezclan en un calorímetro 850 g de hielo con 2 l de una sustancia cuyo calor específico C_S es función de la temperatura, tal como se muestra en la figura. C_S vale 3,6 $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}\ °\mathrm{C}}$ para $T = 0$ °C y para $T = 100$ °C, presentando un comportamiento cuadrático y simétrico respecto a $T = 50$ °C, con un valor mínimo de $C_S = 2{,}6\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}\ °\mathrm{C}}$. Si las temperaturas inicial y final de la sustancia son 70 ° C y 15 ° C, respectivamente, ¿a qué temperatura estaba inicialmente el hielo?

Datos: densidad de la sustancia 1,23 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$, calor específico del hielo 2,09 $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}\ °\mathrm{C}}$, calor específico del agua 4,18 $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}\ °\mathrm{C}}$, calor específico del vapor de agua 2,02 $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}\ °\mathrm{C}}$, calor latente de fusión del agua 334 $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}}$, calor latente de vaporización del agua 2257 $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}}$.

Problema 6

Considere un campo vectorial continuo F dado (en coordenadas cartesianas) por la fórmula

$$F(x,y) = \left(-y\ \left(x^2+y^2\right)^{\alpha}, x\ \left(x^2+y^2\right)^{\alpha}\right),$$

siendo α un número real.

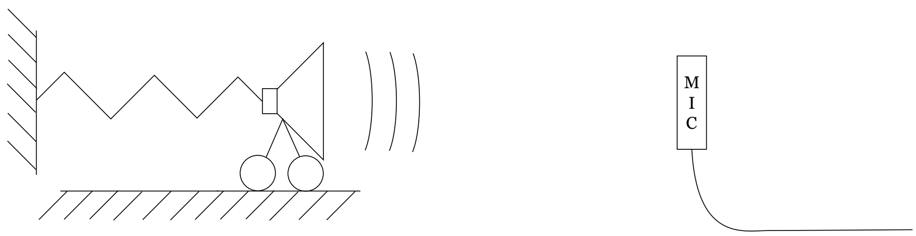
(Como es usual, tomaremos como dominio de F al mayor abierto de $\mathbb{R}^2$ para el cual la fórmula de arriba defina una función continua).

a) Dado $\beta > 0$, calcule la integral de línea de F sobre la curva $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, con $t \in [0, \beta]$.

b) Halle un α tal que F sea un *campo gradiente* (es decir, existe ϕ tal que $\nabla\phi(x,y) = F(x,y)$) en algún abierto de $\mathbb{R}^2$.

c) Note que, para el α hallado arriba y $\beta = 2\pi$, la integral del primer punto es distinta de cero. Justifique este resultado siendo que F es un campo gradiente.

Problema 7



Un carrito emite ondas sonoras de amplitud y frecuencia fijas. El carrito está unido a un resorte de masa despreciable (como se representa en la figura) y realiza un movimiento oscilatorio armónico. A cierta distancia del carrito (en la línea de su movimiento) se encuentra un micrófono que detecta las ondas emitidas. Se observa que la señal medida tiene una frecuencia variable en el tiempo, cuyos valores máximo y mínimo son $f_{max} = 512$ Hz y $f_{min} = 440$ Hz, respectivamente. Encontrar:

a) La frecuencia de las ondas emitidas.

b) La amplitud del movimiento del carrito.

Datos: velocidad del sonido $c = 343$ m/s, masa del carrito $M = 2$ kg, constante del resorte $k = 200$ N/m.