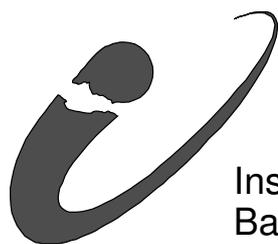


**Instituto
Balseiro**

Prueba de Admisión

27 de mayo de 2016
Problemas de la tarde
14:00 – 16:00



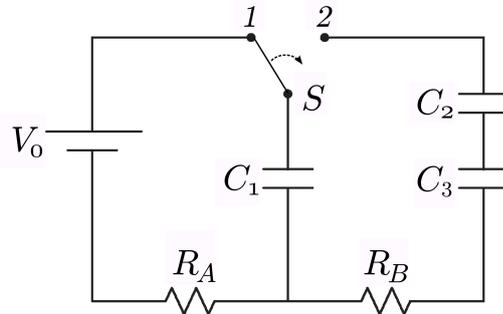
Instituto
Balseiro Prueba de Admisión

Instrucciones - 2016

Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, los enunciados de 5 problemas.

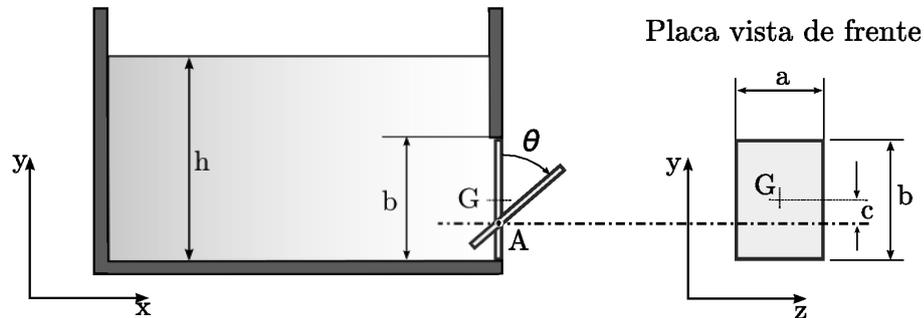
- Revise las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en las hojas de respuestas y firme al pie.
- Responda cada uno de los problemas comenzando en su correspondiente hoja. Si fuera necesario más espacio continúe en hojas adicionales. Responda en forma clara y concisa.
- Tiene Usted a su disposición **2** horas para terminar esta parte del examen. Esto representa en promedio unos 25 minutos para cada problema. Trate de no demorarse demasiado en problemas que le resulten difíciles.
- Antes de entregar, ordene y numere todas las hojas del examen, indicando en la primera página el total de hojas que entregará.
- Al final de este cuadernillo encontrará una recopilación de todos los problemas, que puede retirar y llevarse cuando termine.

¡ÉXITO!

Problema 8

El circuito de la figura está armado con una fuente de tensión continua V_0 , tres capacitores (C_1 , C_2 y C_3) y dos resistencias (R_A y R_B). Inicialmente, el interruptor S se encuentra en la posición 1 y C_2 y C_3 están descargados. El circuito permanece en este estado durante un tiempo muy largo, luego del cual se mueve el interruptor a la posición 2.

- ¿Cuál es la carga final de C_2 ?
- Estimar cuánto demora el proceso de carga de C_2 .

Problema 9

Un reservorio de agua se encuentra equipado con una válvula en su parte inferior que limita de manera natural la altura máxima de agua contenida. La válvula consiste en una placa rectangular de ancho a y altura b , ubicada en la parte inferior de la pared del reservorio. Esta placa puede girar alrededor de un eje que pasa por el punto A y es paralelo a la dirección Z . En la figura se puede ver que este eje está situado a una distancia c por debajo del centro de la placa (punto G). En función del nivel de agua, h , la placa o bien asegura de manera natural una cerradura estanca ($\theta = 0$), o bien realiza la apertura del reservorio ($\theta > 0$) debido al efecto de las fuerzas de presión hidrostáticas.

- Determinar la relación entre la presión del agua en el centro de la placa y el nivel de agua h cuando la válvula está cerrada.
- Calcular el nivel de agua a partir del cual la válvula se abre automáticamente.

Problema 10

Dados dos números reales distintos q y p , considerar la región $S_{q,p} \subset \mathbb{R}^2$ contenida entre las curvas $y = x^q$ e $y = x^p$, con x entre 0 y 1.

a) Calcular la integral

$$\iint_{S_{q,p}} x^2 y \, dx dy.$$

b) ¿Está definida dicha integral para cualquier par de valores distintos de q y p ? Justificar la respuesta.

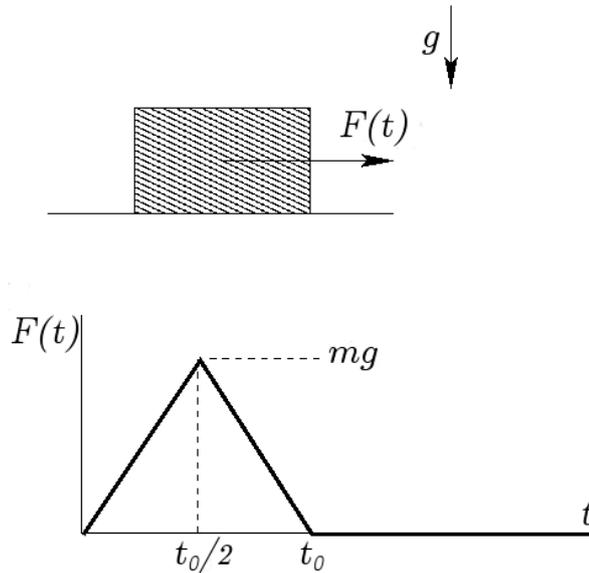
Problema 11

Un gas ideal monoatómico a $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ y a 100 Pa de presión, está contenido en un recipiente que tiene inicialmente 12 l . El volumen del gas se reduce en forma isobárica hasta que alcanza la cuarta parte del volumen original. Al llegar a dicha condición, el gas se calienta manteniendo su volumen constante, hasta alcanzar una cierta presión P_{max} . Dicha presión P_{max} es tal que al expandirse el gas en forma adiabática, el sistema finalmente retorna a la misma condición inicial de volumen, presión y temperatura.

a) Calcular la presión del gas (P), su volumen (V) y su temperatura (T) luego de cada paso y hacer un diagrama $P - V$ del proceso.

b) Calcular el trabajo total realizado en el proceso.

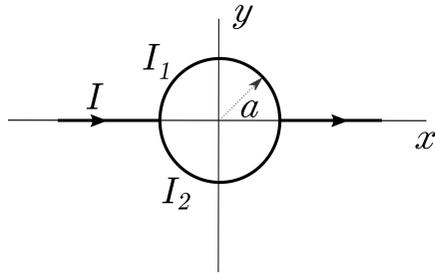
Nota: utilizar $\gamma = 5/3$

Problema 12

Un bloque de masa m se encuentra apoyado en reposo sobre una mesa. Entre el bloque y la mesa existe un coeficiente de rozamiento de 0,8 (el coeficiente estático es en este caso igual al coeficiente dinámico). Se aplica sobre el bloque una fuerza horizontal dependiente del tiempo $F(t)$ como la indicada en la figura, que puede hacer deslizar al bloque. El valor máximo de la fuerza $F(t)$ es igual al peso del bloque.

- ¿Cuál es la velocidad máxima que adquiere el bloque al deslizar?
- ¿En qué intervalo de tiempo el bloque está en movimiento?

Problema 1



Un cable de longitud infinita y sección transversal despreciable transporta una corriente I . El cable se bifurca y vuelve a unirse formando una circunferencia de radio a en el plano $x - y$ como se muestra en la figura. La corriente por la rama superior del cable es I_1 , y por la rama inferior es I_2 , tal que $I = I_1 + I_2$.

- Calcular el campo magnético en el centro del círculo en función de los valores de I_1 e I_2 .
- Analizar los casos $I_1 > I_2$ e $I_1 = I_2$.

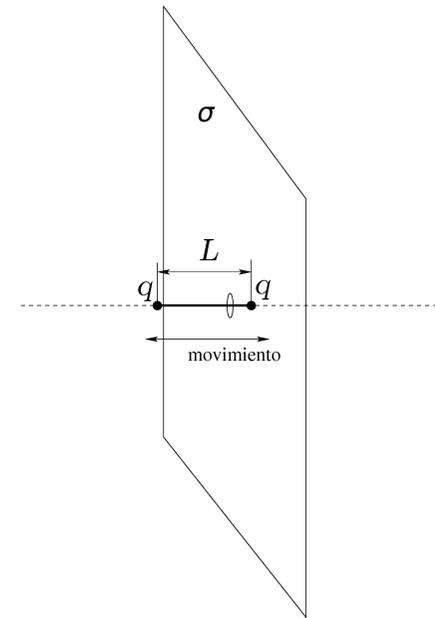
Problema 2

- Hallar todas las soluciones de la ecuación diferencial ordinaria

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2y^2 + 5y^2.$$

- Representar gráficamente al menos dos de tales soluciones.
- ¿Existe alguna que cumpla $y(0) = 0$?

Problema 3



Un plano aislante infinito está fijo en el espacio y posee una densidad uniforme de carga σ . Una barra rígida de longitud L y masa M está restringida a moverse a lo largo de un eje perpendicular al plano, al cual puede atravesar por un agujero pequeño. La barra tiene en sus extremos cargas puntuales q de igual valor y signo. Estas cargas son de signo contrario a la del plano.

Llamando x a la coordenada que describe la posición del centro de la barra respecto al plano ($x = 0$ representa la situación en que el centro de la barra pasa por el agujero):

- Graficar la fuerza total sobre la barra como función de x .
- Describir en detalle el movimiento de la barra para el caso en que la posición inicial es $x = 0$, y la velocidad inicial es v_0 .
- ¿Para qué valores de tiempo la barra vuelve a estar en la posición $x = 0$?

Problema 4

Sea una matriz diagonalizable \mathbf{A} de 4×4 de la forma:

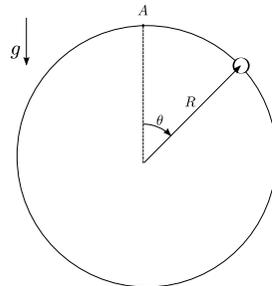
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & 0 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- a) Si el determinante de \mathbf{A} es 0, su traza es 5 y \mathbf{B} tiene un autovalor con multiplicidad 2, determinar los posibles autovalores distintos de \mathbf{A} y sus respectivas multiplicidades.
- b) En el caso en que:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

mostrar que se cumplen las condiciones del punto anterior y hallar una base de \mathbb{R}^4 formada por autovectores de \mathbf{A} .

Problema 5



Una bola muy pequeña de masa m está engarzada en un aro fijo de radio R , por el que puede moverse sin rozamiento. La bola se encuentra en reposo en el punto más alto del aro (posición A , $\theta = 0$), cuando comienza a deslizarse.

¿En qué puntos de su trayectoria la bola está sometida a una aceleración puramente horizontal?

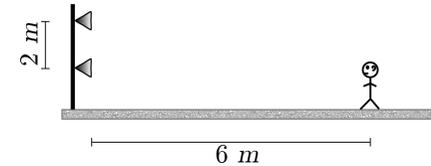
Problema 6

Un avión debe dirigirse desde el punto de coordenadas: latitud 45° N, longitud 0° , hasta el punto: latitud 45° N, longitud 90° E (recuerde que el ecuador corresponde a 0° de latitud).

- a) ¿Qué distancia recorre si viaja en una ruta de latitud constante?
- b) Teniendo en cuenta que la ruta de latitud constante no corresponde al camino más corto, describir cualitativamente cuál sería dicho camino y calcular qué distancia recorrería el avión al realizarlo.
- c) Para la trayectoria calculada en b), encontrar la máxima latitud alcanzada durante el recorrido.

Nota: Suponer que la Tierra es una esfera perfecta de radio $R = 6370 \text{ km}$ y despreciar efectos asociados a variaciones de altura del avión.

Problema 7

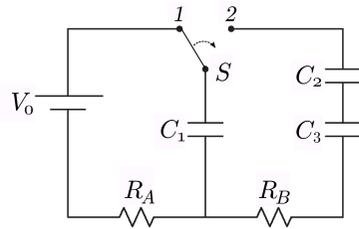


Sobre un poste se han colocado dos altoparlantes, el segundo 2 m más alto que el primero. Una persona que está al nivel del primer altoparlante, se encuentra a 6 m de distancia de éste. Ambos altoparlantes emiten un sonido de la misma frecuencia y en fase. Considerar que la velocidad del sonido en el aire es de 343 m/s .

- a) ¿Cuál es la frecuencia más baja que el sonido puede tener si la persona percibe un mínimo de intensidad en el lugar donde se encuentra parada?
- b) Si la frecuencia es la calculada en a), y si la persona avanza lentamente hacia el poste, ¿a qué distancia volverá a percibir un mínimo de intensidad?
- c) ¿Cuántos mínimos de intensidad más percibirá la persona si sigue avanzando hacia el poste?

Nota: En todos los casos, despreciar las variaciones de la intensidad del sonido con la distancia a la fuente.

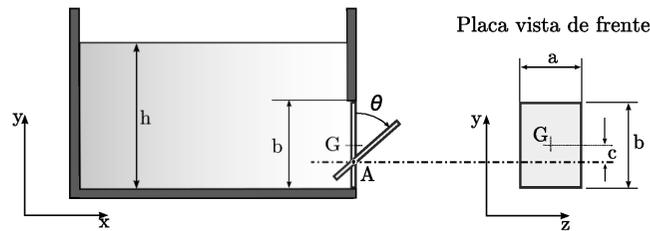
Problema 8



El circuito de la figura está armado con una fuente de tensión continua V_0 , tres capacitores (C_1 , C_2 y C_3) y dos resistencias (R_A y R_B). Inicialmente, el interruptor S se encuentra en la posición 1 y C_2 y C_3 están descargados. El circuito permanece en este estado durante un tiempo muy largo, luego del cual se mueve el interruptor a la posición 2.

- ¿Cuál es la carga final de C_2 ?
- Estimar cuánto demora el proceso de carga de C_2 .

Problema 9



Un reservorio de agua se encuentra equipado con una válvula en su parte inferior que limita de manera natural la altura máxima de agua contenida. La válvula consiste en una placa rectangular de ancho a y altura b , ubicada en la parte inferior de la pared del reservorio. Esta placa puede girar alrededor de un eje que pasa por el punto A y es paralelo a la dirección Z . En la figura se puede ver que este eje está situado a una distancia c por debajo del centro de la placa (punto G).

En función del nivel de agua, h , la placa o bien asegura de manera natural una cerradura estanca ($\theta = 0$), o bien realiza la apertura del reservorio ($\theta > 0$) debido al efecto de las fuerzas de presión hidrostáticas.

- Determinar la relación entre la presión del agua en el centro de la placa y el nivel de agua h cuando la válvula está cerrada.
- Calcular el nivel de agua a partir del cual la válvula se abre automáticamente.

Problema 10

Dados dos números reales distintos q y p , considerar la región $S_{q,p} \subset \mathbb{R}^2$ contenida entre las curvas $y = x^q$ e $y = x^p$, con x entre 0 y 1.

- Calcular la integral

$$\iint_{S_{q,p}} x^2 y \, dx dy.$$

- ¿Está definida dicha integral para cualquier par de valores distintos de q y p ? Justificar la respuesta.

Problema 11

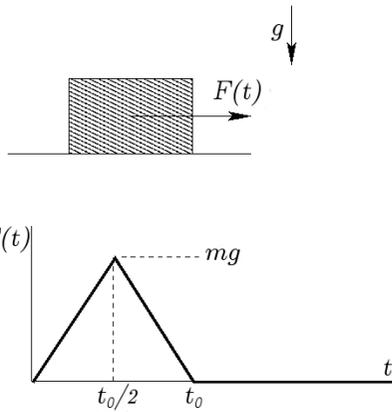
Un gas ideal monoatómico a 25°C y a 100 Pa de presión, está contenido en un recipiente que tiene inicialmente 12 l . El volumen del gas se reduce en forma isobárica hasta que alcanza la cuarta parte del volumen original. Al llegar a dicha condición, el gas se calienta manteniendo su volumen constante, hasta alcanzar una cierta presión P_{max} . Dicha presión P_{max} es tal que al expandirse el gas en forma adiabática, el sistema finalmente retorna a la misma condición inicial de volumen, presión y temperatura.

- Calcular la presión del gas (P), su volumen (V) y su temperatura (T) luego de cada paso y hacer un diagrama $P - V$ del proceso.

- Calcular el trabajo total realizado en el proceso.

Nota: utilizar $\gamma = 5/3$

Problema 12



Un bloque de masa m se encuentra apoyado en reposo sobre una mesa. Entre el bloque y la mesa existe un coeficiente de rozamiento de $0,8$ (el coeficiente estático es en este caso igual al coeficiente dinámico). Se aplica sobre el bloque una fuerza horizontal dependiente del tiempo $F(t)$ como la indicada en la figura, que puede hacer deslizar al bloque. El valor máximo de la fuerza $F(t)$ es igual al peso del bloque.

- ¿Cuál es la velocidad máxima que adquiere el bloque al deslizar?
 - ¿En qué intervalo de tiempo el bloque está en movimiento?
-