Instituto
Balseiro

Prueba de Admisión

27 de mayo de 2016
Problemas de la mañana
9:00 – 12:00

Instituto Balseiro Prueba de Admisión

Instrucciones - 2016

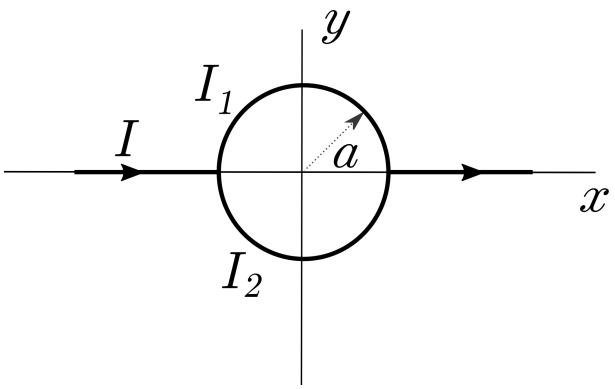
Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, los enunciados de 7 problemas.

- Revise las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en las hojas de respuestas y firme al pie.
- Responda cada uno de los problemas comenzando en su correspondiente hoja. Si fuera necesario más espacio continúe en hojas adicionales. Responda en forma clara y concisa.
- Tiene Usted a su disposición **3** horas para terminar esta parte del examen. Esto representa en promedio unos 25 minutos para cada problema. Trate de no demorarse demasiado en problemas que le resulten difíciles.
- Antes de entregar, ordene y numere todas las hojas del examen, indicando en la primera página el total de hojas que entregará.
- Al final del cuadernillo de problemas de la tarde, encontrará una hoja con todos los enunciados de la prueba, que puede retirar y llevarse cuando termine.

¡ÉXITO!

Instituto Balseiro: Teléfono: +54 294 444-5162 - FAX: +54 294 444-5149
San Carlos de Bariloche - Río Negro

Problema 1



Un cable de longitud infinita y sección transversal despreciable transporta una corriente I. El cable se bifurca y vuelve a unirse formando una circunferencia de radio a en el plano $x - y$ como se muestra en la figura. La corriente por la rama superior del cable es I_1, y por la rama inferior es I_2, tal que $I = I_1 + I_2$.

a) Calcular el campo magnético en el centro del círculo en función de los valores de I_1 e I_2.

b) Analizar los casos $I_1 > I_2$ e $I_1 = I_2$.

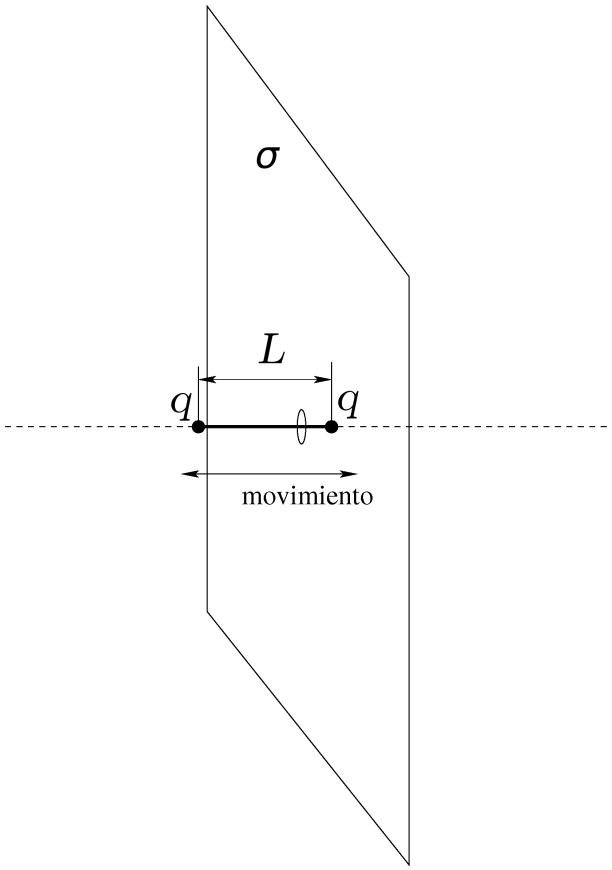
Problema 2

a) Hallar todas las soluciones de la ecuación diferencial ordinaria

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2y^2 + 5y^2.$$

b) Representar gráficamente al menos dos de tales soluciones.
c) ¿Existe alguna que cumpla $y(0) = 0$?

Problema 3



Un plano aislante infinito está fijo en el espacio y posee una densidad uniforme de carga σ. Una barra rígida de longitud L y masa M está restringida a moverse a lo largo de un eje perpendicular al plano, al cual puede atravesar por un agujero pequeño. La barra tiene en sus extremos cargas puntuales q de igual valor y signo. Estas cargas son de signo contrario a la del plano.

Llamando x a la coordenada que describe la posición del centro de la barra respecto al plano ($x = 0$ representa la situación en que el centro de la barra pasa por el agujero):

a) Graficar la fuerza total sobre la barra como función de x.

b) Describir en detalle el movimiento de la barra para el caso en que la posición inicial es $x = 0$, y la velocidad inicial es v_0.

c) ¿Para qué valores de tiempo la barra vuelve a estar en la posición $x = 0$?

Problema 4

Sea una matriz diagonalizable $\mathbf{A}$ de 4×4 de la forma:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & 0 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

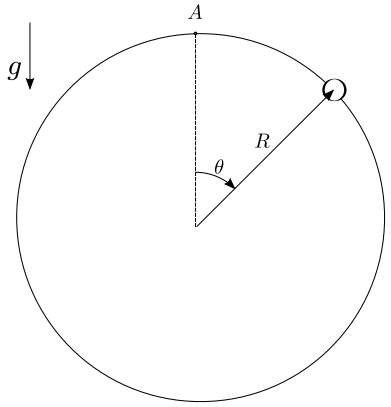
a) Si el determinante de $\mathbf{A}$ es 0, su traza es 5 y $\mathbf{B}$ tiene un autovalor con multiplicidad 2, determinar los posibles autovalores distintos de $\mathbf{A}$ y sus respectivas multiplicidades.

b) En el caso en que:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

mostrar que se cumplen las condiciones del punto anterior y hallar una base de $\mathbb{R}^4$ formada por autovectores de $\mathbf{A}$.

Problema 5



Una bola muy pequeña de masa m está engarzada en un aro fijo de radio R, por el que puede moverse sin rozamiento. La bola se encuentra en reposo en el punto más alto del aro (posición A, $\theta = 0$), cuando comienza a deslizar.

¿En qué puntos de su trayectoria la bola está sometida a una aceleración puramente horizontal?

Problema 6

Un avión debe dirigirse desde el punto de coordenadas: latitud 45° N, longitud 0°, hasta el punto: latitud 45° N, longitud 90° E (recuerde que el ecuador corresponde a 0° de latitud).

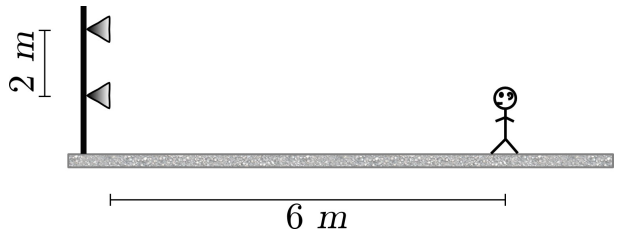
a) ¿Qué distancia recorre si viaja en una ruta de latitud constante?

b) Teniendo en cuenta que la ruta de latitud constante no corresponde al camino más corto, describir cualitativamente cuál sería dicho camino y calcular qué distancia recorrería el avión al realizarlo.

c) Para la trayectoria calculada en b), encontrar la máxima latitud alcanzada durante el recorrido.

Nota: Suponer que la Tierra es una esfera perfecta de radio $R = 6370\ km$ y despreciar efectos asociados a variaciones de altura del avión.

Problema 7



Sobre un poste se han colocado dos altoparlantes, el segundo 2 m más alto que el primero. Una persona que está al nivel del primer altoparlante, se encuentra a 6 m de distancia de éste. Ambos altoparlantes emiten un sonido de la misma frecuencia y en fase. Considerar que la velocidad del sonido en el aire es de 343 m/s.

a) ¿Cuál es la frecuencia más baja que el sonido puede tener si la persona percibe un mínimo de intensidad en el lugar donde se encuentra parada?

b) Si la frecuencia es la calculada en a), y si la persona avanza lentamente hacia el poste, ¿a qué distancia volverá a percibir un mínimo de intensidad?

c) ¿Cuántos mínimos de intensidad más percibirá la persona si sigue avanzando hacia el poste?

Nota: En todos los casos, despreciar las variaciones de la intensidad del sonido con la distancia a la fuente.