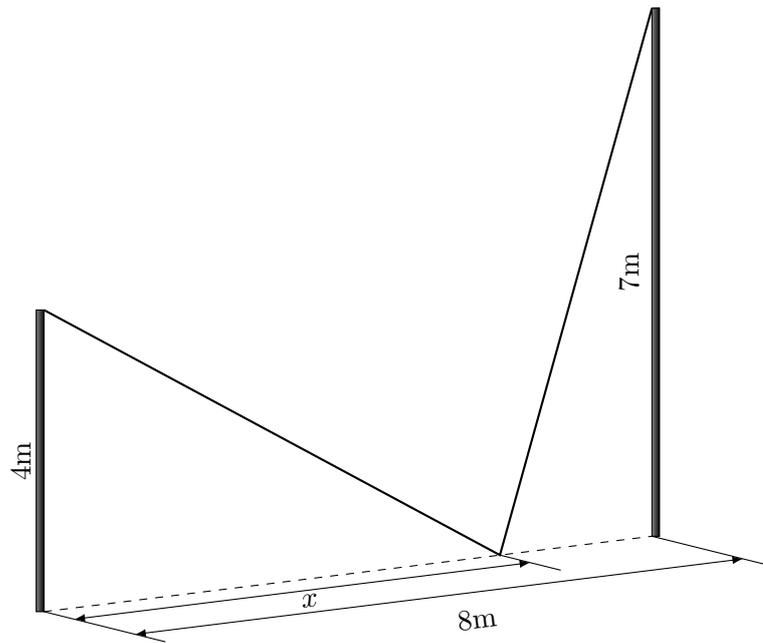


Problema 1



Dos postes verticales, de 4 y 7 m de altura, se encuentran a una distancia de 8 m uno del otro. Se desea conectar sus extremos superiores con un cable, que además debe tocar el suelo entre ambos postes, como muestra la figura. ¿En qué punto x del suelo, que se supone horizontal, debe amarrarse el cable para que la longitud del mismo sea mínima?

Problema 2

Desde el nivel del suelo, se arroja una bola de 500 g de masa con una velocidad inicial de 10 m/s y una inclinación de 45° . Cuando la bola se halla en el que habría sido el punto más alto de su trayectoria, una bala de 10 g de masa, disparada verticalmente, se incrusta en la bola a una velocidad de 100 m/s. Calcular la altura máxima alcanzada por la bola (con la bala incrustada), y el tiempo transcurrido entre el impacto de la bala en la bola y el momento en que vuelven a tocar el suelo. Despreciar el rozamiento con el aire, la rotación y la curvatura de la Tierra, los tamaños de la bola y la bala, y suponer que la aceleración de la gravedad es $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Problema 3

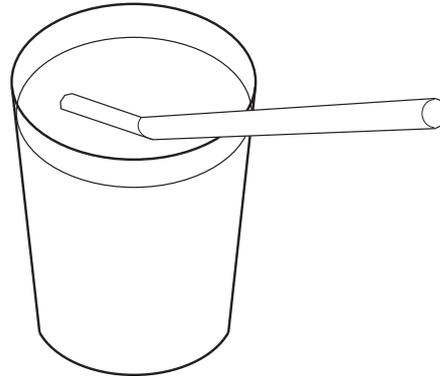
En \mathbb{R}^3 se tienen tres superficies esféricas S_1 , S_2 y S_3 :

- S_1 con centro en $(2, 3, 4)$ y radio 1,
- S_2 con centro en $(-1, 1, 2)$ y radio 2,
- S_3 con centro en $(1, 1, 1)$ y radio 3.

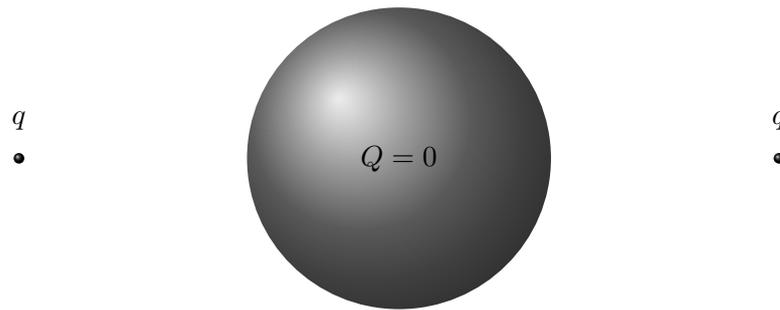
1. Sea P_2 el plano tangente a S_2 en el punto $(-1, 1, 0)$. Dar una ecuación para P_2 .
2. Probar que $S_1 \cap S_3$ está contenida en un plano, al que llamaremos P_1 . Dar una ecuación para P_1 . ¿Es $S_1 \cap S_3$ no vacío? (Notar que no se pide hallar $S_1 \cap S_3$.)
3. Hallar $P_1 \cap P_2$. Dar una descripción geométrica de $P_1 \cap P_2$ (del tipo “el plano (o recta o...) con dirección ... y que pasa por ...”).
4. Hallar los puntos $p_1 \in S_1$ y $p_2 \in S_2$ que se encuentran a la menor distancia posible (respecto de la distancia euclídea de \mathbb{R}^3). ¿Cuánto vale esa distancia?
5. Hallar el área del triángulo que tiene por vértices a los centros de las tres esferas.

Problema 4

Cuando un rayo de luz proveniente del aire incide con cierto ángulo sobre la superficie del agua contenida en un vaso, se desvía acercándose a la dirección vertical. ¿Cómo es posible que un lápiz semisumergido en el agua del vaso se vea “quebrado” en sentido contrario, es decir, más cerca de la vertical afuera que adentro del agua, como ilustra la figura? Justificar la respuesta.



Problema 5

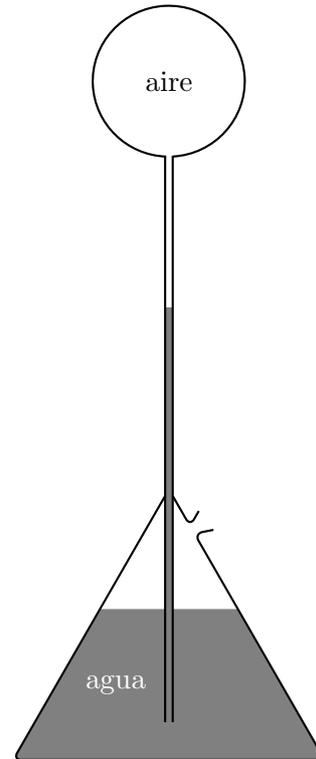


A ambos lados de una esfera maciza, conductora, aislada y con carga total nula se sitúan dos cargas puntuales idénticas. Las dos cargas se encuentran a la misma distancia del centro de la esfera, en direcciones opuestas. La esfera y las cargas se mantienen en reposo.

1. Describir cualitativamente la distribución de carga inducida en todo el volumen de la esfera.
 2. Realizar un esquema de las líneas de campo eléctrico en todo el espacio.
 3. ¿Cómo depende el campo eléctrico de la posición a grandes distancias de la esfera y las cargas?
 4. Si la esfera se desplaza levemente hacia una de las cargas y se la suelta, ¿en qué dirección comienza a moverse?
-

Problema 6

La figura muestra el esquema de un termoscopio florentino, un aparato diseñado durante el siglo XVII para medir cambios de temperatura. Consta de un recipiente inferior, que posee una abertura lateral y está parcialmente lleno de agua, y una ampolla superior que contiene aire y está completamente cerrada. Un tubo fino une ambos recipientes. El volumen interno del tubo puede despreciarse frente a los de los recipientes superior e inferior. La parte inferior del tubo está sumergida en el agua. En condiciones iniciales, a una temperatura de 20°C y presión atmosférica de 1013 hPa , la superficie superior del agua dentro del tubo fino está a una altura de 55 cm por sobre la superficie del agua contenido en el recipiente inferior. Se supone que el aire es un gas ideal y que la densidad del agua, 1000 kg/m^3 , no cambia con la temperatura. Se desprecia el efecto de la tensión superficial. La aceleración de la gravedad es $g = 9,8\text{ m/s}^2$.



1. Calcular la presión del aire contenido en el recipiente superior.
2. Si la temperatura aumenta hasta los 30°C , ¿cuál será la altura del líquido en el tubo?
3. Suponer ahora que la temperatura se mantiene constante a 20°C , pero que la presión atmosférica desciende hasta los 980 hPa , ¿cuál será la altura del líquido en el tubo bajo estas condiciones?
4. Utilizando este aparato, ¿es posible discriminar entre variaciones de presión y variaciones de temperatura?

Problema 7

Un disco metálico gira sobre su eje con velocidad angular constante. Cuando se le acerca un pequeño imán permanente, la velocidad de rotación comienza a disminuir.

1. Explicar cualitativamente por qué se frena el disco. Discutir la conservación de la energía en este proceso.
2. ¿Cuáles serían las principales ventajas y desventajas de utilizar este fenómeno para el diseño de un freno magnético?

Problema 8

Mediante la acción combinada de un pistón y un sistema de enfriamiento, el gas contenido en un recipiente se comprime de modo que la presión y el volumen están relacionados por $pV^x = \text{constante}$. La presión y el volumen iniciales son, respectivamente, 100 kPa y 1 m^3 ; el volumen final es de $0,5 \text{ m}^3$.

1. Calcular el trabajo realizado sobre el gas en los casos en que $x = 0$, $x = 1$, y $x = 1,4$.
 2. Esquematizar el diagrama p - V en cada uno de los tres casos.
-

Problema 9

Se define la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mediante

$$f(x, y) = \begin{cases} y & \text{si } |y| \geq |x|, \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

1. Decidir si $f(x, y)$ es continua en $(1, 1)$ justificando claramente la respuesta.
2. Decidir si $f(x, y)$ es continua en $(0, 0)$ justificando claramente la respuesta.
3. Hallar las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.

4. Evaluar

$$\lim_{(h,k) \rightarrow (0,0)} \frac{|f(h, k) - f(0, 0) - \frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)h - \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)k|}{\sqrt{h^2 + k^2}}.$$

5. Hallar la integral curvilínea $\int_C f(x, y)^2 dl$ donde C es la circunferencia de radio $\sqrt{2}$ centrada en el origen.
-

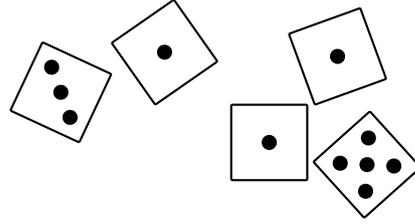
Problema 10

Cuando una barra recta de masa M y longitud L se cuelga de su extremo A, oscila con frecuencia ω_A . Cuando se la cuelga de su extremo B, en cambio, oscila con frecuencia $\omega_B = 1,2\omega_A$. Se determina además que el centro de masa de la barra se encuentra a distancia $0,7L$ del extremo A. Suponiendo que todas las oscilaciones observadas son planas y de amplitud pequeña:

1. ¿Cuál es el momento de inercia de la barra respecto de su centro de masa?
 2. ¿Cuál es la frecuencia de oscilación cuando se la cuelga de su punto medio? En este caso, ¿cuál de los dos extremos se encuentra debajo del punto de suspensión durante las oscilaciones?
-

Problema 11

Se tiran cinco dados. Como muestra la figura, en tres de ellos se obtiene un as, mientras que en los otros dos se obtienen otros puntajes. ¿Cuál es la probabilidad de terminar obteniendo cinco ases con, a lo sumo, dos tiros adicionales de los dados que salieron diferentes?



Problema 12

Una usina genera potencia eléctrica para una planta industrial situada a 2 km de distancia, que consume 160 kW. La corriente se transmite por un cable de cobre de 20 mm de diámetro.

1. Calcular la potencia que se disipa en el cable si la electricidad se entrega en la planta a:
 - i) 220 V
 - ii) 24000 V
2. Por cuestiones de mantenimiento, cada 15 años es necesario reemplazar el cable de cobre por uno nuevo. Uno de los ingenieros de planta propone para el próximo reemplazo utilizar cable de aluminio de 25 mm de diámetro. ¿Es conveniente implementar este cambio?

Datos:

Resistencia del cable de cobre (20 mm) por unidad de longitud: $5,48 \times 10^{-5} \Omega/\text{m}$

Resistencia del cable de aluminio (25 mm) por unidad de longitud: $5,74 \times 10^{-5} \Omega/\text{m}$

Densidad del cobre: $8920 \text{ kg}/\text{m}^3$

Densidad del aluminio: $2700 \text{ kg}/\text{m}^3$

Precio del cobre: 40 \$/kg

Precio del aluminio: 8,5 \$/kg

Precio del kWh: 0,1 \$
