Instituto
Balseiro

Prueba de Admisión

Instituto Balseiro

4 de Junio de 2010
Problemas de la mañana
9:00 – 12:00 hs

Instituto Balseiro Prueba de Admisión

Instituto Balseiro - 2010
Instrucciones

Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, los enunciados de 6 problemas.

- Revise las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en las hojas de respuestas y firme al pie.
- Responda cada uno de los problemas comenzando en su correspondiente hoja. Si fuera necesario más espacio continúe en hojas adicionales. Responda en forma clara y concisa.
- Tiene Usted a su disposición 3 horas para terminar esta parte del examen. Esto representa en promedio 30 minutos para cada problema. Trate de no demorarse demasiado en problemas que le resulten difíciles.
- Antes de entregar, ordene y numere todas las hojas del examen, indicando en la primera página el total de hojas que entregará.
- Al final del cuadernillo de problemas de la tarde, encontrará una hoja con todos los enunciados de la prueba, que puede retirar y llevarse cuando termine.

¡ÉXITO!

Instituto Balseiro: Teléfono: (02944) 445162 - FAX: (02944)-445149
San Carlos de Bariloche - Río Negro

Problema 1

Una partícula de masa $m_1 = 0{,}2\,\mathrm{kg}$ y carga eléctrica positiva $q_1 = 0{,}5\,\mathrm{C}$ se suelta desde una altura de $z = 0{,}25\,\mathrm{m}$ sobre el piso, en presencia de la gravedad ($g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$) y de un campo eléctrico uniforme y constante, de módulo $E = 4\,\mathrm{N/C}$, dirección vertical y sentido hacia arriba. Simultáneamente, se lanza desde el piso y hacia arriba una segunda partícula, de masa $m_2 = 0{,}5\,\mathrm{kg}$ y sin carga eléctrica, con velocidad inicial $v_2 = 3\,\mathrm{m/s}$.

Suponiendo que no hay rozamiento y que las partículas no chocan entre sí, ¿a qué tiempo se encuentran a la misma altura sobre el piso? ¿Cuál es esa altura?

Problema 2

Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x_1 & +3x_2 & -x_3 & & +x_5 & = y_1 \\ 2x_1 & -2x_2 & & +x_4 & -x_5 & = y_2 \\ x_1 & & +2x_3 & +2x_4 & +4x_5 & = y_3 \\ & 5x_2 & +x_3 & +x_4 & +6x_5 & = y_4 \end{cases}$$

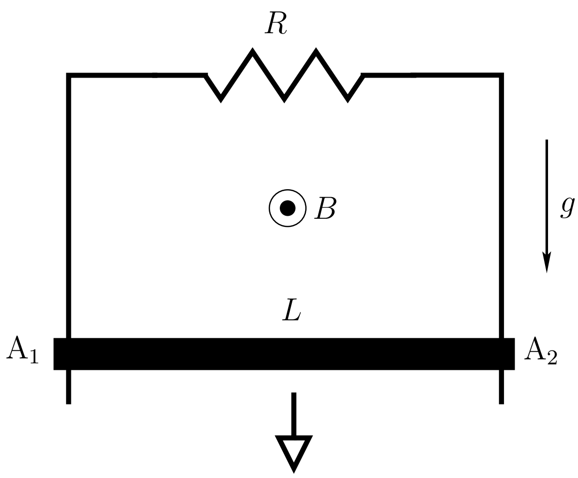
a) Determinar qué condiciones deben satisfacer los parámetros $y_1, \ldots, y_4$ a fin de que el mismo tenga solución para las variables $x_1, \ldots, x_5$.
b) En las condiciones del punto anterior, ¿cuántas soluciones tiene el sistema?
c) Determinar las soluciones para el caso en que $y_1 = -8$, $y_2 = 9$, $y_3 = 12$, $y_4 = -5$.

Problema 3

Una barra metálica de largo L, masa M y resistencia eléctrica despreciable cae por efecto de la gravedad, deslizando sin rozamiento sobre las ramas paralelas de un circuito conductor con el que hace contacto en los puntos A_1 y A_2, y manteniéndose siempre en posición horizontal, como se esquematiza en la figura. El circuito tiene resistencia eléctrica R. Todo el sistema está inmerso en un campo magnético uniforme y constante de módulo B, con orientación perpendicular al plano del circuito.

a) Demostrar que, para tiempos asintóticamente largos, la velocidad de caída de la barra alcanza un límite.

b) Calcular la potencia disipada en el circuito en esa condición límite.

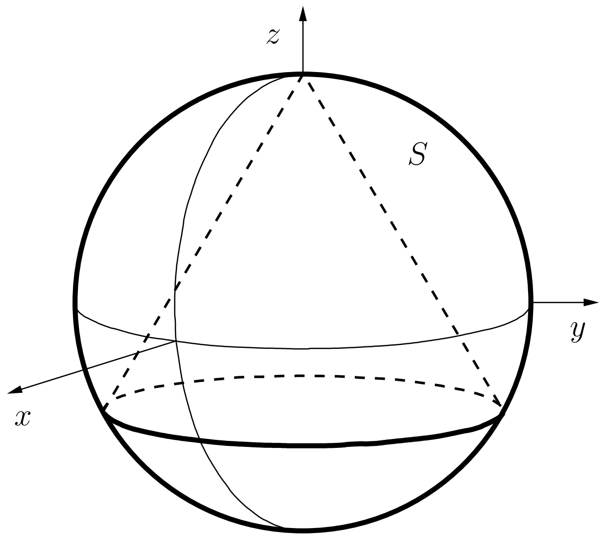


Problema 4

Del interior de una esfera de radio R, centrada en el origen, se elimina un volumen cónico de altura $\frac{3}{2}R$, con vértice en el punto más alto de la esfera y base horizontal con borde contenido en la superficie de la esfera. Denotamos por S al sólido resultante. La densidad de masa en cada punto de S está dada por

$$\delta(x, y, z) = a(x^2 + y^2 + z^2),$$

donde a es un coeficiente constante. Calcular la masa de S.

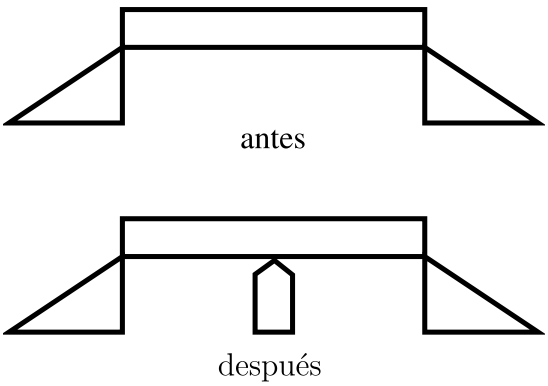


Problema 5

Durante un terremoto, el puente de la figura de arriba entra en resonancia y oscila con una frecuencia de 4 Hz. Vialidad Nacional decide agregar un pilar en el centro del puente, como se muestra en la figura de abajo.

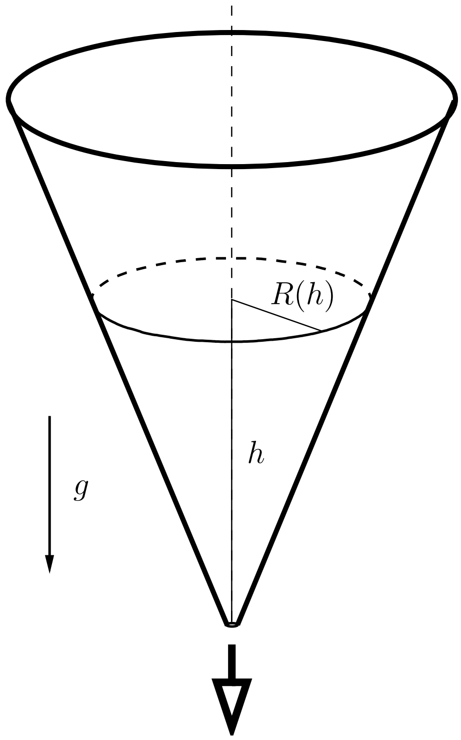
a) ¿Cómo se modifica la frecuencia de resonancia del puente?

b) Si los terremotos generan oscilaciones con una frecuencia máxima de 6 Hz, ¿mejoró la situación del puente al agregar el pilar?



Problema 6

En el recipiente con forma de cono invertido mostrado en la figura, el radio R de la sección transversal depende de la altura h según $R(h) = h/2$. En el vértice del cono hay un agujero de radio $r = 0{,}001\,\mathrm{m}$. El recipiente está lleno de agua hasta una altura de $0{,}2\,\mathrm{m}$. La aceleración de la gravedad es $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$. Despreciando efectos de viscosidad y vorticidad, y suponiendo que la superficie del agua desciende muy lentamente, determinar en cuánto tiempo se descarga el recipiente.



Instituto
Balseiro

Prueba de Admisión

Instituto Balseiro

4 de Junio de 2010
Problemas de la tarde
14:00 – 16:00 hs

Instituto Balseiro Prueba de Admisión

Instituto Balseiro - 2010
Instrucciones

Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, los enunciados de 4 problemas.

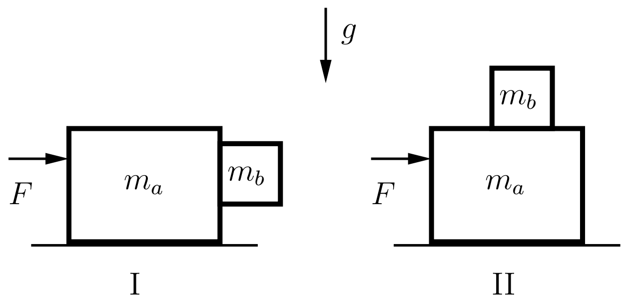
- Revise las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en las hojas de respuestas y firme al pie.
- Responda cada uno de los problemas comenzando en su correspondiente hoja. Si fuera necesario más espacio continúe en hojas adicionales. Responda en forma clara y concisa.
- Tiene Usted a su disposición **2** horas para terminar esta parte del examen. Esto representa en promedio 30 minutos para cada problema. Trate de no demorarse demasiado en problemas que le resulten difíciles.
- Antes de entregar, ordene y numere todas las hojas del examen, indicando en la primera página el total de hojas que entregará.
- Al final de este cuadernillo encontrará un compilado de todos los problemas, que puede retirar y llevarse cuando termine.

¡ÉXITO!

Instituto Balseiro: Teléfono: (02944) 445162 - FAX: (02944)-445149
San Carlos de Bariloche - Río Negro

Problema 7

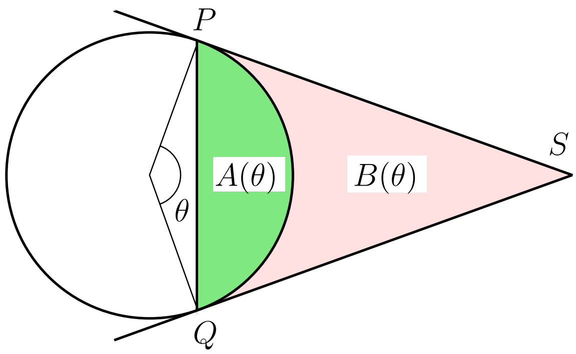
Dos bloques de masas m_a y m_b, con coeficiente de rozamiento estático μ entre ellos, se disponen como muestra la figura (casos I y II). No hay rozamiento con el piso. Sobre el bloque más grande se aplica una fuerza de dirección horizontal y módulo F.
a) Para cada caso, hacer un esquema de las fuerzas que actúan sobre el bloque más pequeño.
b) ¿Qué condición debe cumplir F en cada caso para que los bloques no se desplacen uno respecto del otro?



Problema 8

Un arco de circunferencia $\widehat{\mathrm{PQ}}$ está subtendido por el ángulo θ, como muestra la figura. Sea $A(\theta)$ el área entre la cuerda $\overline{PQ}$ y el arco $\widehat{\mathrm{PQ}}$. Sea $B(\theta)$ el área entre los segmentos tangentes a la circunferencia $\overline{PS}$ y $\overline{QS}$, y el arco $\widehat{\mathrm{PQ}}$. Calcular

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{A(\theta)}{B(\theta)}.$$



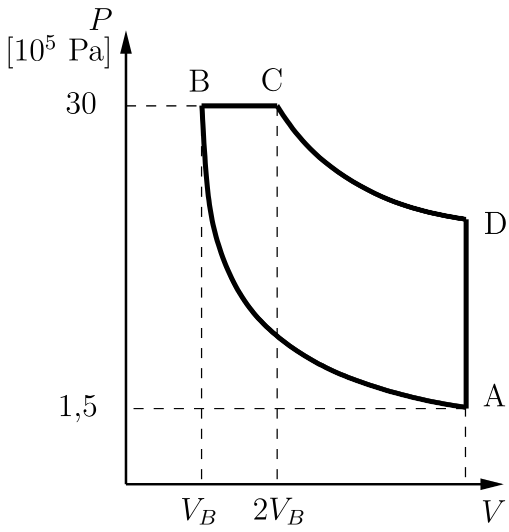
Problema 9

Una máquina térmica trabaja sobre 3 moles de un gas ideal monoatómico, realizando el ciclo reversible ABCD, representado esquemáticamente en la figura. La curva AB es una adiabática y la curva CD es una isoterma. La temperatura en el punto A es de 20°C. La presión en los puntos A y B vale, respectivamente, $1{,}5 \times 10^5$ Pa y 30×10^5 Pa. El volumen del gas en el punto C es el doble que en el punto B. La constante de los gases es $R = 8{,}314\,\mathrm{J/mol\,K}$. En base a estos datos:

a) Calcular la presión, el volumen y la temperatura en los vértices del ciclo en que una o más de esas variables son desconocidas.

b) Calcular el trabajo en cada tramo del ciclo.

c) Hallar el rendimiento del ciclo.



Problema 10

Una vieja calculadora funciona tan mal que, en el 50 % de las operaciones aritméticas que realiza, cambia la primera cifra luego de la coma decimal del resultado por un dígito cualquiera entre 0 y 9. Un usuario desprevenido ingresa el número 0,03 en la calculadora, y lo multiplica dos veces por 10. Mostrar que la probabilidad de que el resultado sea exactamente 3,00 es, aproximadamente, 0,30.

Problema 1

Una partícula de masa $m_1 = 0{,}2\,\mathrm{kg}$ y carga eléctrica positiva $q_1 = 0{,}5\,\mathrm{C}$ se suelta desde una altura de $z = 0{,}25\,\mathrm{m}$ sobre el piso, en presencia de la gravedad ($g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$) y de un campo eléctrico uniforme y constante, de módulo $E = 4\,\mathrm{N/C}$, dirección vertical y sentido hacia arriba. Simultáneamente, se lanza desde el piso y hacia arriba una segunda partícula, de masa $m_2 = 0{,}5\,\mathrm{kg}$ y sin carga eléctrica, con velocidad inicial $v_2 = 3\,\mathrm{m/s}$.

Suponiendo que no hay rozamiento y que las partículas no chocan entre sí, ¿a qué tiempo se encuentran a la misma altura sobre el piso? ¿Cuál es esa altura?

Problema 2

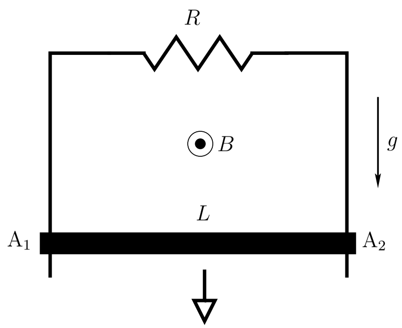
Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + x_5 = y_1 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_4 - x_5 = y_2 \\ x_1 + 2x_3 + 2x_4 + 4x_5 = y_3 \\ 5x_2 + x_3 + x_4 + 6x_5 = y_4 \end{cases}$$

a) Determinar qué condiciones deben satisfacer los parámetros $y_1, \ldots, y_4$ a fin de que el mismo tenga solución para las variables $x_1, \ldots, x_5$.
b) En las condiciones del punto anterior, ¿cuántas soluciones tiene el sistema?
c) Determinar las soluciones para el caso en que $y_1 = -8$, $y_2 = 9$, $y_3 = 12$, $y_4 = -5$.

Problema 3

Una barra metálica de largo L, masa M y resistencia eléctrica despreciable cae por efecto de la gravedad, deslizando sin rozamiento sobre las ramas paralelas de un circuito conductor con el que hace contacto en los puntos A_1 y A_2, y manteniéndose siempre en posición horizontal, como se esquematiza en la figura. El circuito tiene resistencia eléctrica R. Todo el sistema está inmerso en un campo magnético uniforme y constante de módulo B, con orientación perpendicular al plano del circuito.
a) Demostrar que, para tiempos asintóticamente largos, la velocidad de caída de la barra alcanza un límite.
b) Calcular la potencia disipada en el circuito en esa condición límite.

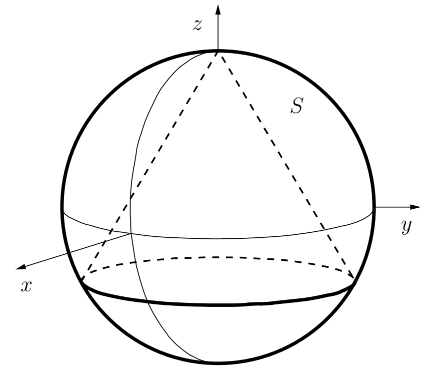


Problema 4

Del interior de una esfera de radio R, centrada en el origen, se elimina un volumen cónico de altura $\frac{3}{2}R$, con vértice en el punto más alto de la esfera y base horizontal con borde contenido en la superficie de la esfera. Denotamos por S al sólido resultante. La densidad de masa en cada punto de S está dada por

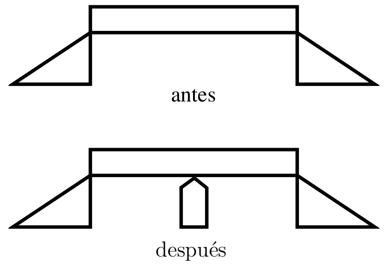
$$\delta(x, y, z) = a(x^2 + y^2 + z^2),$$

donde a es un coeficiente constante. Calcular la masa de S.

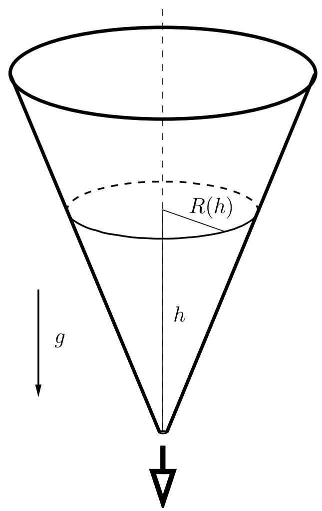


Problema 5

Durante un terremoto, el puente de la figura de arriba entra en resonancia y oscila con una frecuencia de $4\,\mathrm{Hz}$. Vialidad Nacional decide agregar un pilar en el centro del puente, como se muestra en la figura de abajo.
a) ¿Cómo se modifica la frecuencia de resonancia del puente?
b) Si los terremotos generan oscilaciones con una frecuencia máxima de $6\,\mathrm{Hz}$, ¿mejoró la situación del puente al agregar el pilar?



Problema 6



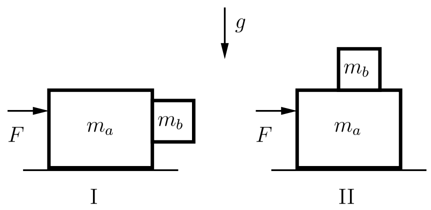
En el recipiente con forma de cono invertido mostrado en la figura, el radio R de la sección transversal depende de la altura h según $R(h) = h/2$. En el vértice del cono hay un agujero de radio $r = 0{,}001$ m. El recipiente está lleno de agua hasta una altura de 0,2 m. La aceleración de la gravedad es $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$. Despreciando efectos de viscosidad y vorticidad, y suponiendo que la superficie del agua desciende muy lentamente, determinar en cuánto tiempo se descarga el recipiente.

Problema 7

Dos bloques de masas m_a y m_b, con coeficiente de rozamiento estático μ entre ellos, se disponen como muestra la figura (casos I y II). No hay rozamiento con el piso. Sobre el bloque más grande se aplica una fuerza de dirección horizontal y módulo F.

a) Para cada caso, hacer un esquema de las fuerzas que actúan sobre el bloque más pequeño.

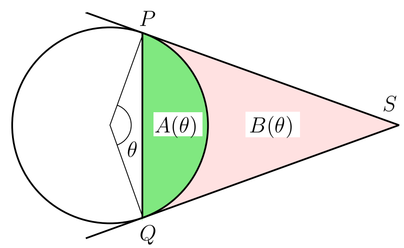
b) ¿Qué condición debe cumplir F en cada caso para que los bloques no se desplacen uno respecto del otro?



Problema 8

Un arco de circunferencia $\widehat{\mathrm{PQ}}$ está subtendido por el ángulo θ, como muestra la figura. Sea $A(\theta)$ el área entre la cuerda $\overline{PQ}$ y el arco $\widehat{\mathrm{PQ}}$. Sea $B(\theta)$ el área entre los segmentos tangentes a la circunferencia $\overline{PS}$ y $\overline{QS}$, y el arco $\widehat{\mathrm{PQ}}$. Calcular

$$\lim_{\theta\to 0} \frac{A(\theta)}{B(\theta)}.$$



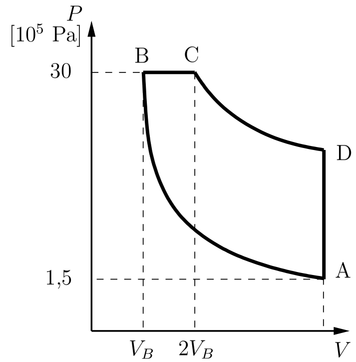
Problema 9

Una máquina térmica trabaja sobre 3 moles de un gas ideal monoatómico, realizando el ciclo reversible ABCD, representado esquemáticamente en la figura. La curva AB es una adiabática y la curva CD es una isoterma. La temperatura en el punto A es de 20°C. La presión en los puntos A y B vale, respectivamente, $1{,}5 \times 10^5$ Pa y 30×10^5 Pa. El volumen del gas en el punto C es el doble que en el punto B. La constante de los gases es $R = 8{,}314$ J/mol K. En base a estos datos:

a) Calcular la presión, el volumen y la temperatura en los vértices del ciclo en que una o más de esas variables son desconocidas.

b) Calcular el trabajo en cada tramo del ciclo.

c) Hallar el rendimiento del ciclo.



Problema 10

Una vieja calculadora funciona tan mal que, en el 50 % de las operaciones aritméticas que realiza, cambia la primera cifra luego de la coma decimal del resultado por un dígito cualquiera entre 0 y 9. Un usuario desprevenido ingresa el número 0,03 en la calculadora, y lo multiplica dos veces por 10. Mostrar que la probabilidad de que el resultado sea exactamente 3,00 es, aproximadamente, 0,30.