Instituto
Balseiro

# Selección

# Instituto Balseiro

2009

# Problemas de Desarrollo

Instituto
Balseiro



Problemas de Desarrollo - Instrucciones

Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, los enunciados de 6 problemas y 6 carátulas para iniciar las respuestas a cada uno de estos problemas.

- Revise las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en las hojas de respuestas y firme al pie. Escriba también un número de teléfono al cual podamos comunicarle si fue preseleccionado para la entrevista.
- Responda cada uno de los problemas comenzando en su correspondiente hoja de respuesta. Si fuera necesario más espacio continúe en hojas adicionales. Responda en forma clara y concisa.
- Tiene Usted a su disposición 3 horas para terminar el examen. Esto representa en promedio 30 minutos para cada problema.Trate de no demorarse demasiado en problemas que le resulten difíciles. Conteste en primer lugar aquéllos que le resulten más fáciles y deje el resto para el final.
- Antes de entregar, ordene y numere las hojas del examen, indicando en la portada el total de hojas que entregará.

¡ ÉXITO !

Instituto Balseiro: Teléfono: (02944) 445163/5131/5192 - FAX: (02944)-445149
San Carlos de Bariloche - Río Negro

Instituto
Balseiro

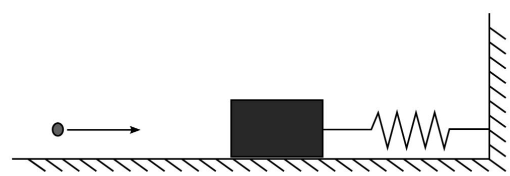
Selección Instituto Balseiro - 2009
Problemas de Desarrollo

---

1. Una bala de 10 g, cuya velocidad es de 100 m/s, se incrusta en un bloque, inicialmente en reposo, sujeto a un resorte de longitud natural de 20 cm, como se indica en la figura. El bloque tiene una masa de 1 kg, y no hay rozamiento entre éste y la superficie horizontal sobre la cual desliza. Luego del impacto, el bloque oscila con un período de 0,5 s.

   *a*) Calcule la amplitud del movimiento oscilatorio.

   *b*) Grafique la posición y velocidad del bloque en función del tiempo. Incluya en el gráfico tiempos anteriores al choque de la bala e indique los valores extremos de la posición y la velocidad.

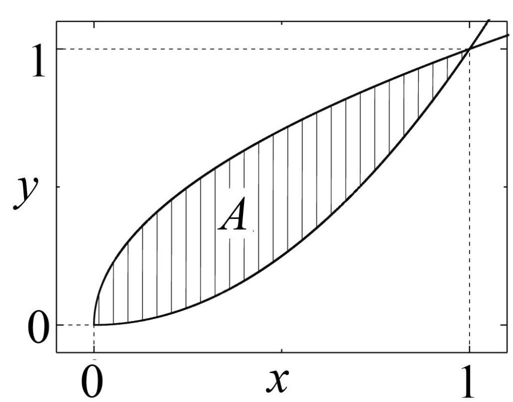


---

2. Calcular la integral

$$I = \int_A xy \, dx \, dy$$

donde $A$ es la región del plano comprendida entre las curvas $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$, según se muestra en la figura.




---

3.

En el circuito que muestra la figura, $S$ representa un conmutador de dos puntos. Dicho conmutador se encuentra en la posición 1 hasta que el sistema llega al estado estacionario. En un dado momento el conmutador $S$ cambia a la posición 2. Al cabo de 2 segundos de dicha conmutación, se pregunta:

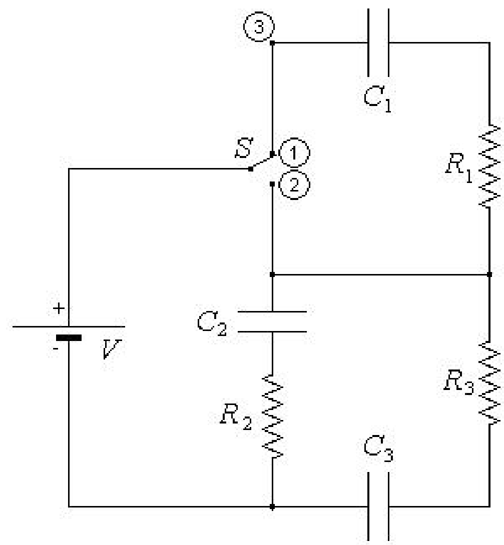
a) Considerando que el polo negativo de la fuente de tensión está conectado a tierra, ¿a qué tensión se encuentra el punto 3 del circuito?

b) ¿Qué carga tiene cada uno de los capacitores en ese momento?

c) ¿Es necesario conocer el valor de la resistencia $R_1$ para los cálculos realizados anteriormente? ¿Por qué?

d) Luego de conmuntar S a la posición 2, ¿cuál de los capacitores completará su carga primero?

Datos – Fuente de tensión: $V = 12$ V; capacitancias: $C_1 = 5\ \mu$F, $C_2 = 2\ \mu$F, $C_3 = 3\ \mu$F; resistencias: $R_1 = 500$ k$\Omega$, $R_2 = 600$ k$\Omega$, $R_3 = 400$ k$\Omega$.




---

4.

En este problema se trabaja en $\mathbb{R}^3$ con el producto interno usual.

*a*) Sea $A$ la rotación alrededor del eje determinado por el vector $(0,1,0)$ en un ángulo de $\frac{\pi}{6}$ radianes. Calcular $A(v)$ para $v = (4,3,2)$.

*b*) Hallar el eje y el ángulo de la rotación $B$ tal que $B(v) = w$ para $v = (1,2,-1)$ y $w = (2,1,2)$. En caso de que no existiera tal rotación, explicar por qué.

*c*) Hallar el eje y el ángulo de la rotación $C$ tal que $C(v) = w$ para $v = (2,0,2)$ y $w = (0,2,-2)$. En caso de que no existiera tal rotación, explicar por qué.

*d*) Se sabe que el conjunto $\{(1,-1,1),(1,1,-1),(1,1,1)\}$ es una base de $\mathbb{R}^3$. Hallar las coordenadas del vector $(1,4,-7) \in \mathbb{R}^3$ con respecto a dicha base.

---

5.

A distancia $d$ de un plano infinito uniformemente cargado con densidad superficial de carga $\sigma$ hay una carga puntual $Q$, que se mantiene inmóvil.

a) ¿En qué punto del espacio debe ubicarse una carga de prueba $q$ de modo que permanezca en reposo? ¿Se trata de un punto de equilibrio estable?

b) ¿Es posible que, para un dado conjunto de valores $\sigma$, $Q$ y $d$, exista más de uno de tales puntos?

c) ¿Qué condiciones deben cumplir $\sigma$, $Q$ y $d$ para que *no* exista ninguno de tales puntos?

6.

En $\mathbb{R}^3$, el volumen del paralelepípedo generado por tres vectores $v_1$, $v_2$ y $v_3$ es $V = |\det(A)|$, donde $A$ es la matriz que tiene a $v_1$, $v_2$ y $v_3$ como columnas.

¿Cuál es el valor máximo que puede alcanzar el volumen del paralelepípedo generado por $v_1 = (1, 2, x)$, $v_2 = (1, x, 2)$ y $v_3 = (x, 1, 2)$ si $-3 \leq x \leq 3$?