Instituto
Balseiro

Selección

2008

Problemas de Desarrollo

Instituto
Balseiro

Selección - 2008
Instrucciones

Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, los enunciados de 6 problemas y 6 carátulas para iniciar las respuestas a cada uno de estos problemas.

- Revise las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en las hojas de respuestas y firme al pie. Escriba también un número de teléfono al cual podamos comunicarle si fue preseleccionado para la entrevista.
- Responda cada uno de los problemas comenzando en su correspondiente hoja de respuesta. Si fuera necesario más espacio continúe en hojas adicionales. Responda en forma clara y concisa.
- Tiene Usted a su disposición 3 horas para terminar el examen. Esto representa aproximadamente 30 minutos para cada problema. Trate de no demorarse demasiado en problemas que le resulten difíciles. Conteste en primer lugar aquéllos que le resulten más fáciles y deje el resto para el final.
- Antes de entregar, ordene y numere las hojas del examen, indicando en la portada el total de hojas que entregará.
- En todos los números con decimales, se utiliza el punto como separador, por ejemplo: $\frac{1}{2} = 0.5$.

¡¡¡ BUENA SUERTE !!!

Instituto Balseiro: Teléfono: (02944) 445163/5131/5192 - FAX: (02944)-445149
San Carlos de Bariloche - Río Negro

Instituto
Balseiro

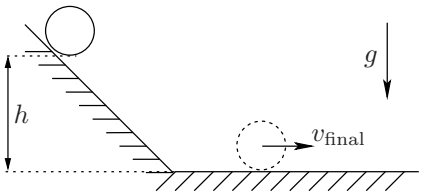
Selección Instituto Balseiro - 2008
Problemas de Desarrollo

---

1. En la figura se muestra una esfera de masa M y radio R que se deja rodar a partir del reposo desde una altura h en un plano inclinado. La esfera, de momento de inercia $I = \frac{2}{5}MR^2$ (calculado para un eje de rotación que pasa por su centro), rota sin deslizar por el plano.

   a) ¿Qué velocidad final alcanza en el plano horizontal? Compare este resultado con el de una esfera que se desliza sin rodar.

   b) Explique qué cambia del resultado anterior si la esfera fuese una pelota hueca de igual masa y radio, de manera que la masa estuviese concentrada sobre la superficie. Justifique su respuesta.



---

2. Un bloque de 300 g de hielo a una temperatura de $-12°$C se introduce en una masa m de agua que está a una determinada temperatura T_0, quedando luego la mezcla en equilibrio termodinámico con 50 g de hielo. La mezcla se coloca sobre una hornalla que le suministra calor a razón de 400 cal/s, quedando el recipiente completamente vacío por evaporación luego de 29 minutos y 30 segundos. Todas estas operaciones se realizan a presión atmosférica.

   a) ¿Cuál era la temperatura original T_0 del agua?

   b) ¿Qué masa de agua m había originalmente?

   c) ¿En cuánto tiempo llega la mezcla a 100°C desde que se la puso en la hornalla?

   Parámetros: calor específico del hielo: $0.5\,\frac{\text{cal}}{\text{g K}}$, calor específico del agua: $1\,\frac{\text{cal}}{\text{g K}}$, calor latente de fusión del hielo: $80\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}$, calor latente de evaporación del agua: $540\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}$.

---

3. Sean $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 0 \text{ y } x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$ y $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0 \text{ y } (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$. Definimos S como la superficie $S = E \cap C$, orientada de modo que su campo normal unitario apunte a $(0, 0, 0) \in \mathbb{R}^3$.

   Por otro lado, se define el campo vectorial $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ como $F(x, y, z) = (x^2, xy, 0)$.

   Hallar el flujo del rotor de F ($\nabla \times F$) sobre S. En otras palabras, hallar $\int_S (\nabla \times F) dS$.

4. Un condensador plano-paralelo está formado por dos placas de densidad superficial de masa M_S. Una de ellas está fija y la otra tiene la posibilidad de moverse acercándose o alejándose de la otra placa en una dirección perpendicular a las mismas, sin que la gravedad ni rozamiento alguno influya en su movimiento. Partiendo de una separación inicial d_0 se conectan las placas a una fuente de potencial V y, luego de desconectarlas, se suelta la placa móvil.

   a) Graficar cualitativamente cómo es la variación de la capacidad y del campo eléctrico dentro del condensador en función del tiempo.

   b) Hallar el tiempo necesario para que las placas se pongan en contacto.

   c) Describir cualitativamente qué sucedería si no se desconecta la batería del condensador mientras se mueve la placa. Comparar con el punto *b*).

---

5. Una masa puntual M_1, con una velocidad v_1, choca en forma elástica con otra masa puntual M_2 que se encuentra en reposo.

   a) ¿Cuál debe ser la relación entre las masas M_1 y M_2 para que, después del choque, la masa M_1 quede en reposo?

   b) ¿Cuál debe ser la relación entre las masas M_1 y M_2 para que, después del choque, la masa M_1 no pueda desviarse a un ángulo superior a 30°?

   c) ¿Qué velocidad tiene la partícula de masa M_1 cuando es desviada a 30°?

   d) ¿Qué velocidad adquiere la partícula de masa M_2 cuando la partícula de masa M_1 es desviada a 30°? ¿A qué ángulo respecto de la dirección de incidencia es desviada?

   e) Si se duplica la velocidad v_1, ¿cuál sería la respuesta al inciso *b*)?

   (Sugerencia: usar el sistema Centro de Masa puede simplificar las cuentas)

---

6. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \int_2^{2x} e^{\operatorname{sen}(t/3)}\, dt$$

   a) Hallar los valores de $x \in [-6, 6]$ donde $f(x)$ es creciente.

   b) Hallar los valores de $x \in [-6, 6]$ donde $f(x)$ es decreciente.

   c) Hallar los valores de $x \in [-6, 6]$ donde $f(x)$ tiene concavidad hacia arriba (como la función x^2).

   d) Hallar los valores de $x \in [-6, 6]$ donde $f(x)$ tiene concavidad hacia abajo (como la función $-x^2$).

   e) Hallar los valores de $x \in [-6, 6]$ donde $f(x)$ alcanza sus valores máximos y mínimos.

   f) Basado en los puntos anteriores, graficar $f(x)$ para $x \in [-6, 6]$.

Nombre:
Dirección y Tel.:

Problema 1:

Nombre:

Problema 2:

Nombre:

Problema 3:

Nombre:

Problema 4:

Nombre:

Problema 5:

Nombre:

Problema 6: