

Instituto
Balseiro

SELECCIÓN
INSTITUTO BALSEIRO

2005

MATEMÁTICA



SELECCIÓN INSTITUTO BALSEIRO - 2005
MATEMÁTICA
INSTRUCCIONES

Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, 4 carillas con 15 problemas de Matemática. Aparte Usted ha recibido una hoja de respuestas.

- Cuente las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en la hoja de respuestas y firme al pie. Escriba también un número de teléfono al cual podamos comunicarle si fue preseleccionado para la entrevista.
- El cuadernillo adjunto contiene 15 preguntas que Usted deberá contestar marcando en la hoja de respuestas **con una cruz (no con un círculo)** aquella letra que indique la alternativa válida, de la siguiente forma:

12. a b c e

Usted puede quedarse con el cuadernillo de preguntas, así que le conviene marcar la respuesta elegida también en él, para su control.

- Se le asignará un punto a cada pregunta contestada correctamente. Se le asignará cero punto a cada pregunta mal contestada, con más de una respuesta o no contestada. Por lo tanto se recomienda no dejar preguntas sin contestar.
- Tiene Usted a su disposición una hora para terminar el examen. Esto representa 4 minutos para cada pregunta. Trate de no demorarse demasiado en preguntas que le resulten difíciles. Conteste en primer lugar las que le resulten más fáciles y deje las otras para el final.

¡¡ BUENA SUERTE !!!

1. Un cuerpo semiesférico que ocupa el volumen $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$ con $z \geq 0$, está formado por un material cuya densidad en cualquier punto es proporcional a la distancia desde el punto al origen $(0, 0, 0)$. El centro de gravedad de este cuerpo se ubica en:

- a) $(0, 0, \frac{2}{5}a)$ b) $(0, 0, \frac{3}{8}a)$ c) $(0, 0, \frac{3}{16}a)$
 d) $(0, 0, \frac{3}{15}a)$ e) $(\frac{1}{5}a, \frac{1}{5}a, \frac{1}{5}a)$
-

2. El valor del límite

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cos(x))^{3 \sec(x)}$$

es:

- a) 1 b) ∞ c) $\frac{1}{3}$
 d) e^3 e) 0
-

3. ¿Cuál de los siguientes pares de vectores son una base de R^2 formada por autovectores de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$?

- a) $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} - 1 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} + 1 \end{pmatrix}$
 b) $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} - 1 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 - \sqrt{2} \end{pmatrix}$
 c) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
 d) $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$
 e) $\begin{pmatrix} 1 + \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} - 1 \end{pmatrix}$
-

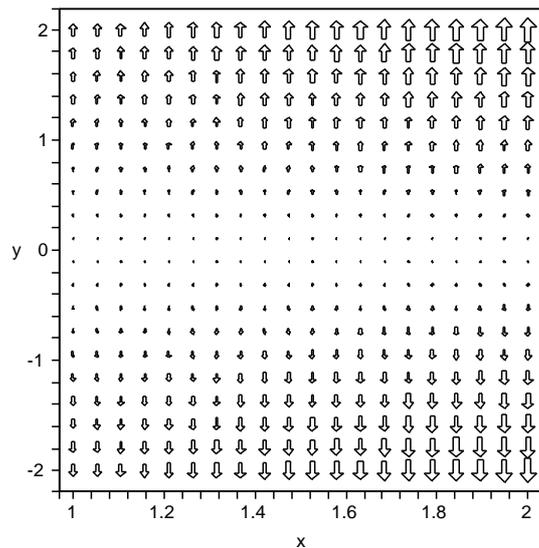
4. Si A es una constante real y positiva, la función $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3Axy$ tiene un único mínimo local en el punto P . Entonces

- a) $f(P) = -3A^3$ b) $f(P) = -2A^3$ c) $f(P) = -A^3$
 d) $f(P) = -1$ e) $f(P) = 0$
-

13. Si $E \subset \mathbb{R}^2$ es la curva definida por la ecuación $4(x-1)^2 + 9(y+3)^2 = 36$, ¿cuál de las siguientes rectas en \mathbb{R}^2 es tangente a E y contiene al punto $(1, -3)$?
- $8x + 18y = -46$
 - $-8x + 18y = -62$
 - $2\sqrt{3}x + 3y = 2\sqrt{3} - 9$
 - $8(x-1) + 18(y+3) = 0$
 - Ninguna de las anteriores

14. El campo vectorial $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es independiente de la coordenada vertical z y sus direcciones son siempre horizontales. La figura muestra esquemáticamente los valores de F en una región de \mathbb{R}^3 de altura fija (z constante). Sabiendo que F es C^2 (sus derivadas segundas son continuas), ¿cuál de las siguientes afirmaciones podría aplicarse a F con mayor precisión?

- F es un campo conservativo.
- $\text{rot}(F) = 0$ y $\text{div}(F) = 0$.
- $\text{rot}(F) = 0$ pero $\text{div}(F) \neq 0$.
- $\text{rot}(F) \neq 0$ pero $\text{div}(F) = 0$.
- $\text{rot}(F) \neq 0$ y $\text{div}(F) \neq 0$.



15. La distancia en metros de una partícula puntual al origen de coordenadas t minutos después de haber partido de ese origen está dada por la fórmula:

$$D(t) = \int_0^t \frac{\sin(2u)}{u} du.$$

¿Cuál de los siguientes valores aproxima mejor la distancia en metros de la partícula al origen 10 segundos después de partir?

- 0.
- $\frac{1}{6}$.
- $\frac{1}{3}$.
- $\frac{1}{2}$.
- 2.

Selección Instituto Balseiro - 2005

Hoja de respuestas

Matemática

Nombre:
Dirección y Teléfono:

1) a b c d e

2) a b c d e

3) a b c d e

4) a b c d e

5) a b c d e

6) a b c d e

7) a b c d e

8) a b c d e

9) a b c d e

10) a b c d e

11) a b c d e

12) a b c d e

13) a b c d e

14) a b c d e

15) a b c d e

Firma