Instituto
Balseiro

SELECCIÓN

INSTITUTO BALSEIRO

2004

MATEMÁTICA

Instituto
Balseiro

SELECCIÓN INSTITUTO BALSEIRO - 2004
MATEMÁTICA
INSTRUCCIONES

Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, 3 carillas con 15 problemas de Matemática. Aparte Usted ha recibido una hoja de respuestas.

- Cuente las páginas y verifique que estén todas bien impresas.
- Escriba su nombre en la hoja de respuestas y firme al pie. Escriba también un número de teléfono al cual podamos comunicarle si fue preseleccionado para la entrevista.
- El cuadernillo adjunto contiene 15 preguntas que Usted deberá contestar marcando en la hoja de respuestas **con una cruz (no con un círculo)** aquella letra que indique la alternativa válida, de la siguiente forma:

  12. a b c d e

  Usted puede quedarse con el cuadernillo de preguntas, así que le conviene marcar la respuesta elegida también en él, para su control.
- Se le asignará un punto a cada pregunta contestada correctamente. Se le asignará cero punto a cada pregunta mal contestada, con más de una respuesta o no contestada. Por lo tanto se recomienda no dejar preguntas sin contestar.
- Tiene Usted a su disposición una hora para terminar el examen. Esto representa 4 minutos para cada pregunta. Trate de no demorarse demasiado en preguntas que le resulten difíciles. Conteste en primer lugar las que le resulten más fáciles y deje las otras para el final.

¡¡¡ BUENA SUERTE !!!

Instituto Balseiro: Teléfono: (02944) 44 5163/5131/5192 - FAX: (02944)-445149
San Carlos de Bariloche - Río Negro

1. El módulo del número complejo $i^7 + i^{10}$ es:

   a) 2. *b*) $\sqrt{2}$. *c*) 1. *d*) 0. *e*) $\sqrt{3}$.

---

2. $\displaystyle \lim_{n \longrightarrow \infty} \frac{1 + 2 + ... + n}{n^2} =$

   a) 0. *b*) ∞. *c*) 1. *d*) $\frac{1}{2}$. *e*) 2.

---

3. Un jugador acaba de tirar una moneda al aire 4 veces y obtuvo 4 "caras". La probabilidad de sacar una quinta "cara" en el próximo tiro es...

   a) $\frac{1}{2}$. *b*) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$. *c*) $\frac{5}{2}$. *d*) $\frac{1}{5}$. *e*) $\frac{2}{5}$.

---

4. Si S es la superficie completa del cono mostrado en la figura (incluyendo la tapa circular), $\vec{r}$ es el vector posición y $\vec{n}$ es la normal saliente a la superficie S, entonces $\int_S \vec{r} \cdot \vec{n}\, ds$ es igual a:

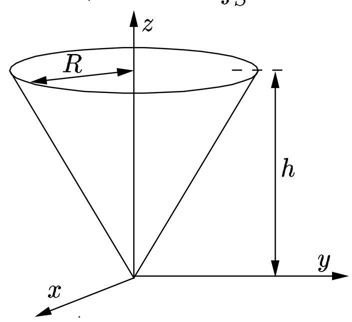
   a) πR^2.

   b) $\frac{\pi}{3} R^2 h$.

   c) $\pi R^2 \sqrt{R^2 + h^2}$.

   d) $\pi R^2 h$.

   e) $2\pi h \left(\sqrt{R^2 + h^2} - h\right)$.



---

5. El valor de la integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{a + bx^2} e^{-x^2} dx$, donde $a > 0, b > 0$ es:

   a) π. *b*) $(a + b)\sqrt{e/\pi}$. *c*) 0. *d*) $a\sqrt{\pi}/e$. *e*) 4.

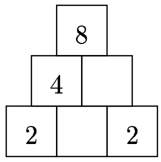
---

6. Un objeto muy pequeño se mueve en el espacio según la trayectoria descripta por la ecuación $r(t) = a \cos t\, \hat{\imath} + a \operatorname{sen} t\, \hat{\jmath} + a \cos t\, \hat{k}$, $0 \le t < \infty$. La curva que describe es:

   a) Una circunferencia.
   b) Una espiral de Arquímedes.
   c) Una curva abierta.
   d) Una elipse.
   e) Un helicoide.

7. En las revistas de juegos matemáticos suele aparecer la “pirámide numérica”, donde se disponen casillas en forma de pirámide. En la figura se muestra un ejemplo de 3 niveles. Las casillas vacías deben llenarse de tal modo que cada número sea la suma de los dos ubicados en las casillas inmediatamente inferiores. Para que el problema tenga solución única, en el caso general de una pirámide de n niveles, como mínimo ¿en cuántas casillas se debe dar como dato el número?

   a) $n-1$. *c*) $n+1$. *e*) $n(n-1)/2$.
   b) n. *d*) $n(n+1)/2$.



---

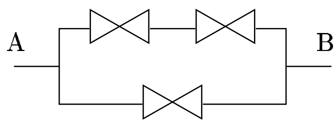
8. El plano tangente al elipsoide $x^2+y^2+2z^2=20$ en el punto $\vec{r_0}=(1,1,3)$ es:

   a) $x+y+2z=8$. *c*) $2x+2y+z=7$. *e*) $x+y+6z=10$.
   b) $x+y+6z=20$. *d*) $x+y+z=5$.

---

9. El circuito de la figura se compone de tres válvulas ubicadas de la forma indicada y opera normalmente con todas ellas abiertas. La probabilidad de que debido a una falla una de las válvulas se cierre es igual a 0,1. Si cada válvula puede fallar independientemente del estado de las otras, la probabilidad de que pase fluido entre A y B es:

   a) 0,020. *d*) 0,990.
   b) 0,810. *e*) 0,981.
   c) 0,980.



---

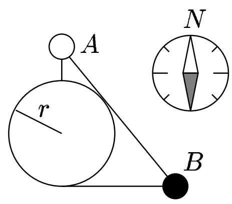
10. El valor del límite para $x \to 0$ de la función $f(x)=\left(\frac{\sin(4x)}{x}\right)^{x+1/2}$ es:

    a) 2. *b*) ∞. *c*) 0. *d*) 1. *e*) 4.

---

11. Una aldea medieval está rodeada por una pared circular. Esta pared tiene 2 entradas: una al norte y otra al sur. Hay 2 casas cercanas a la aldea. La casa A se encuentra a 2 km de la entrada norte y la casa B, 6 km al este de la entrada sur. La línea que une A y B es tangente a la circunferencia (ver figura). ¿Cuánto vale el radio del círculo que forma la pared alrededor de la aldea?

    a) $4/(2-\sqrt{2})$ km. *d*) 3 km.
    b) $9\sqrt{2}/2$ km. *e*) 0,46 km.
    c) 5 km.



12. Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones tales que $f(3) = 2$, $f'(3) = 4$, $f(5) = 5$, $f'(5) = 2$, $g(5) = 3$ y $g'(5) = 7$. ¿En qué punto se puede calcular $(f(g(x)))'$ y cuánto vale?

    a) En $x = 5$ y vale 28.
    b) En $x = 5$ y vale 6.
    c) En $x = 3$ y vale 28.
    d) En $x = 3$ y vale 6.
    e) En $x = 5$ y vale 14.

---

13. De las siguientes afirmaciones:

    (i) $\sqrt[3]{i} = e^{i\frac{\pi}{6}}$ (ii) $\sqrt[3]{i} = e^{i\frac{5}{6}\pi}$ (iii) $\sqrt[3]{i} = -i$

    a) Sólo (i) es correcta.
    b) Sólo (ii) es correcta.
    c) Sólo (iii) es correcta.
    d) Todas son correctas.
    e) Ninguna es correcta.

---

14. La velocidad de transformación de un producto químico A en otro B es proporcional a la cantidad instantánea de A que no se ha transformado. Si el 10 % de A se transforma en 10 seg, el 40 % de A se transforma en aproximadamente...

    a) 34 seg. *b*) 40 seg. *c*) 48 seg. *d*) 60 seg. *e*) 87 seg.

---

15. De las siguientes funciones matemáticas, ¿cuál es la que mejor describe una montura?

    a) $z = (x-1)^2 - (y+3)^2$
    b) $z = (x-4)^2 + (y-2)^2$
    c) $z = x^2 + y^2$
    d) $z = (x+1) + (y-3)$
    e) $z = x - \frac{1}{y}$

Selección Instituto Balseiro - 2004

Hoja de respuestas

Matemática

Nombre:
Dirección y Teléfono:

1.	a	b	c	d	e	7.	a	b	c	d	e	12.	a	b	c	d	e
2.	a	b	c	d	e	8.	a	b	c	d	e	13.	a	b	c	d	e
3.	a	b	c	d	e	9.	a	b	c	d	e	14.	a	b	c	d	e
4.	a	b	c	d	e	10.	a	b	c	d	e	15.	a	b	c	d	e
5.	a	b	c	d	e	11.	a	b	c	d	e						
6.	a	b	c	d	e												